DE SVPERFICIERVM DIVISIONIBVS LIBER MACHOMETO BAGDEDINO ASCRIPTVS

NVNC PRIMVM IOANNIS DEE Londinensis, & Federici Commandini Vrbinatis opera in lucem editus.

FEDERICI COMMANDINI DE EADEM RE LIBELLVS.





PISAVRI M D LXX.
Apud Hieronymum Concordiam

Licentia Superiorum.



ILLVSTRISSIMO, ATQVE EXCELLENTISSIMO FRANCISCO MARIAE II VRBINATVM PRINCIPI.





VM Ioannes Dee Londinenſis vir præſtanti ingenio, atque eruditione ſingulari, ILLVSTRISSIME PRINCEPS, libellum hũc de ſuperficierum diuiſionibus mihi diſcedens amoris erga me ſui teſtem relinqueret, addidit nihil gratius à me ſibi poſſe contingere, quàm ſi mea opera in manus ſtudioſorum, pręſertim mathematices perueniret. Itaque ego & honeſtiſſima amici hominis, ac doctiſſimi voluntate commotus, & mira libelli vtilitate allectus, quòd nihil tale apud nos extare cognoſcerem, libentiſſime nunc illius deſiderio ſatisfacere ſtudui; atque, vti me rogarat, non ſum paſſus tractationẽ hanc in pentagonali diuiſione cõſiſtere; quæ enim libelli au

ctor multis problematibus longe, lateque cōplexus est, ego duobus tantum omnia breuiter, summatimque perstrinxi, ita tamen vt ex iis perspicue appareat quo modo sectiones illæ in aliis figuris infinite produci possint. qua quidem re, ni fallor, admodum fructuosa, & amico roganti sum obsecutus, & eorum studia promoui, qui præclarissimo hoc disciplinarum genere delectātur. etenim haud facile dici potest, quantū præsidii, atque ornamēti futuro geometræ facultas hæc sit allatura, modo diligentem in ea operā ponere nō recusarit. Hunc igitur cōmunis industriæ fructū, quicunque est, tuo præstantissimo nomine insignitum in lucem prodire volui, dum longe maiora obseruantiæ in te meæ monimenta tibi diligenter exorno, tum ꝙ tuæ liberalitati, cui plurimum debeo, studium omne meū dicaui; tum etiam ꝙ Dee ipsi, qui Illustrissima vestræ aulę fama compulsus maxima itinerum difficultate superata sese huc contulit, gratissimum id fore sum arbitratus. Vale ac litteras, & litterarum amatores, quod facis, benigne tuere, ac foue.

Federicus Commandinus.

FEDERICO COMMANDINO
VRBINATI.
IOANNES DEE LONDINENSIS.
S. P. D.



IHI per multos iam annos in hoc maxime incumbenti, doctissime mi Federice, vt maiorum nostrorum praeclarissima (quam plurima possem) monimenta, in omni politioris philosophiae genere conscripta ab interitu vindicarem, ne vel tanti viri iusta sua spolia- rentur gloria, uel nos talium librorum amplissimis diutius careremus fructibus. Mihi inquam, operam ita collocanti inter cetera antiquissima philosophorum scripta, occurrit tandem hic libellus, charactere quidem scriptus deformi nimis, et ob ipsam etiam vetustatis iniuriam vix legibili. At oculos vt viderē effeci lynceos: & frequenti meditatione, vsuq; lectionis sum consecutus facilitatem. Vnde de libri excellentia, ac dignitate hoc modo factus certior, eundem statim philosophantium communicari studiis vehementer optabam. quod dum mente verso, tu mi Cōmādine hac nostra aetate, ante alios omnes mihi visus es dignus, qui nostris talibus fruereris laboribus; qui ipse quoque Archimedis, & Ptolemaei opera quaedam excellentissima, quasi iam pereuntia in vitam reuocasti: & in publicum hominum conspectum habitu produxisti honorificentissimo. Hunc ergo libellum ego velut amoris etiam, quo te amplector, summi pignus sempiternum, tibi, tuaeq; fidei concredo: & oro, atq; obsecro, vt quo soles ornatu ceteros emittere.

hunc

hunc nostrum communem laborem non patiaris destitutũ prodire. Immo spero certe, si te satis noui, tuosq; conatus, quod materiam hanc aliquando ita locupletabis, vt nec in pẽtagona li conquiescere area permittas; nec ipsa solida similibus per plana diu carere patiaris sectionibus. Per se quidem hæc, si uel paululum ipse velis impellere, progredientur ad reliquas superficierum species. At vero vt ad solida applicentur, solidã tuam in mathematicis eruditionem, industriamq; non vulgarem requirent. De auctoris nomine hoc scias velim in ipso, vnde descripsi uetustissimo exemplari, MACHOMETI BAGDEDINI, litteris (vt vocant) Ziphratis, ascriptum fuisse nomen, qui an fuerit ille Albategnius, quem sæpe ut testem grauissimum in estronomicis citare solet Copernicus, vel Machometus ille, qui AlKindi dicitur fuisse discipulus, et de arte demonstrandi aliquid litteris mandasse memoratur, nõ dum mihi satis est exploratum; an potius Euclidis nostri Megarensis, cuius omnes libri ex Græca in syriacam, arabicamq; fuerunt iam olim conuersi linguam, hic censendus sit liber. Vnde titulo apud arabes, syrosue aliquando repertus caruisse suo, facile ab amanuensibus, mathematico inter illos præstantissimo Machometo est ascriptus. Quod ego in multis antiquorum monimentis factitatũ, multis probare possum testimoniis: & nouerunt amici quidam mei, vt ex multis vnum in medium adducam, quòd nos hac ratione Anaxagoræ illius antiquissimi philosophi, & præstantissimi libellum vnum in philosophia occulta, mysticaq; incomparabilem, Aristotelis vbique nomine per multa iam secula insignitum, ipsi Anaxogoræ restituimus: idq; argumentis certissimis. nullius etiam Machometi tantum in mathematicis acumen adhuc perspicere ex eorum, quæ habemus, monimentis, potuimus, quantum in his vbique elucet problematibus. Adde quòd & ipsemet euclides librum vnum περὶ διαιρέσεων, idest de diuisionibus scripserit, vt ex Procli in eius Elementorum primum commentariis perspicuum esse potest: nullum autem, qui sub hoc titulo extet, alium nouimus,

mus, nec qui iure meliori propter tractandi excellentiam, Euclidi ascribi queat, inuenire possumus ullum. Denique in antiquissimo quodam geometrici negocii fragmento memini me expressis verbis ex hoc libello locum citatum legisse, veluti ex Euclidis certissimo opere. Has igitur nostras coniecturas sic breuiter pro tempore perstrinximus. quas tantum habere ponderis cupio, quantum in se veritatis complectuntur. Et si quis vrgere me velit, illum de diuisionibus titulum non magnitudinum in suas partes notare sectiones, sed generum per differētias in species diuisiones, veluti punctorum, linearum, angulorum, figurarū, & similiū diuisiones methodicas, quales nos plures, quàm quingentas in nostro de acribologia mathematica, demonstrato opere exhibuimus. fateor ego quidem probabiliter & hoc dici posse, sed quàm vere tamen, nondum mihi constare magis, quam illi de nostra liquet coniectura. At qualiscunque ille de diuisionibus Euclidis fuerit, hic profecto talis est liber, qui & multorum studiis sit vtilissimus: & qui nobilissimo cuicunque antiquo mathematico honoris satis, & gloriæ reportare possit, propter inuentionis excellentissimū acumen, & accuratissimam omnium casuum in vnoquoque problemate ventilationem. Atque hæc hactenus. Ad te iā meā conuertam orationem, qui hoc mihi summopere orandus venis vt maximos, vtilissimosq; tuos labores, quos heri humanissime mihi in Musæo tuo uidendos exhibuisti, quanta possis maxima promoueas diligentia. Sic enim ad nominis tui perpetuandam celebritatem, viam sternes amplissimā, qui tam paucis annis, tam bene, tam nitide, et tam multos proprios emiseris libros: qui excellentissimos mathematicorum Principes, Archimedē, Apollonium, & Ptolomæum solus nostra ætate suo singulos ornaris splendore debito. Sic studiis mathematicis quasi languentibus nouam, & mirabilem restitues alacritatem: sic denique me multis iam modis tibi obligatissimum totum efficies tuum. Huius autem libelli, quamprimum typis excusus fuerit, vnum alterumq; exemplar ad nobilissimum uirum, omniumq; bona-

rum

rum artium, & mathematicarum præcipue patronum singularem D Gulielmum PyKeringum Equitem auratum, & amicum meum summum, londini in anglia agentem, transmittas oro. Tunc enim ad nostram commodissime transferretur bibliothecam. Iam conficiendi itineris ratio me auocat, ne maiorem horum, qui nunc nos circunfundunt æstuum tolerare cogar iniuriam, ant equam in umbras romanas hinc me recipere queā. Valeas itaque mathematicorum decus, valeas humanissime mi Commandine. Deumq; opt. max. enixissime precor, vt conatus egregios tuos singulari suo fauore ad optatos perducat exitus. Vrbini.

LECTORI.

ADmonendus es mihi candide lector, auctorem hunc, quē tibi exhibemus, Euclide vsum in arabicam linguam conuerso, quem postea Campanus latinum fecit. Hoc dictum volui, ne in perquirendis propositionibus, quas ipse citat, quandoque te frustra excruciares. Vale.

Errata sic corrigito

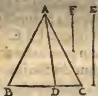
Folio 17. versu 8 D G F. lege D G E. fol. 28. ver. 4. G B F lege. CBF. Fol. 48. ver. 3 inter H & F. adde vel inter F & L: fol. 51. ver. 31. F L K lege. ELK fol. 61. ver. i. pentagonum lege, hexagonū. fol. 62. ver. vltimo A E C F G H K. lege A B C F G H K. fol. 75. ver. vltimo, & fol. 76. ver. primo. & hexagono L M G H I K est æquale triangulum L N M delenda hæc sunt, tamquam superuacanea.

DE SVPERFICIERVM DIVISIONIBVS LIBER.

PROPOSITIO. I. PROBLEMA. I.

Per lineam protractam ab angulo trianguli, illum triangulum, secundum proportionem datam diuidere.

Sit triangulus A B C, & oporteat per lineā descendentem ab angulo A diuidere triangulum A B C secundum proportionē E ad F. diuidam enim lineam B C in puncto D secundum proportionem E ad F, per doctrinam duodecimæ sexti Euclidis; & protracta linea A D propositum patet per primam sexti Euclidis.

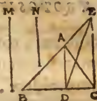


PROPOSITIO II. PROBLEMA II.

Per lineam ductam à puncto in latere dati trianguli assignato, dictum triangulum secundum proportionem datam diuidere.

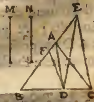
Sit triangulus A B C, in cuius latere B C signetur punctus D, à quo ducere oporteat lineam diuidentem triangulum secundum proportionem M ad N: & iungatur

D A. Ab illo igitur extremo lateris B C, versus quod voluero habere consequens in relatione diuisionis, quod (gratia exempli) sit punctum C, erigam lineam æquidistantem lineæ D A donec concurrat in E puncto cum linea B A vlterius protracta. quod autem concurrent, patet per 29 & 17 primi Euclidis.



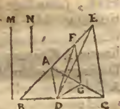
Erit igitur proportio M ad N aut æqualis proportioni B A ad A E, aut maior, aut minor. Sit primo æqualis. Erit igitur per primam sexti, proportio B A D triãguli ad A D E triãgulum, sicut proportio M ad N. sed per 37 primi triangulus A D E est æqualis triangulo A D C. igitur per 7 quinti proportio trianguli A B D ad triangulum A D C est sicut proportio M ad N. quod fuit probandum.

Sit autem secundo proportio M ad N minor proportione B A lineæ ad A E lineam. Itaq; diuidam B E lineam secundum proportionem M ad N. Cadet igitur diuisio inter B & A per 8 quinti. Cadat in puncto F, & protrahatur linea D F, quam dico diuidere triangulum secundum proportionẽ M ad N. *Probatio.* ducta enim linea D E, erit per 37 primi, triangulus A D E æqualis triangulo A D C. Posito igitur triangulo A F D cõmuni, erit triangulus F D E æqualis figuræ quadrilateræ A F D C. Cum igitur ex prima sexti proportio trianguli B F D ad triangulum F E D sit sicut B F ad F E; & per consequens sicut M ad N: proportio trianguli B F D ad figuram quadrilateram A F D C est sicut proportio M ad N. Patet igitur propositum.



Sit tertio proportio M ad N maior proportione B A ad A E. diuidatur igitur B E in puncto F, quod erit inter A & E, secun-

E, secundum proportionem M ad N: & ducatur F G æqui distanter lineę C E donec cócurrat cum linea A C ad punctum G: deinde iungatur linea G D. Dico lineam G D diuidere triangulum secundum proportionem datam. ducantur enim lineæ D F & D E. Est igitur triangulus A D E æqualis triangulo A D C per 37 primi; & per eandem, Triangulus A D F æqualis est triangulo A D G. Duo igitur residui; scilicet triangulus F D E, & triangulus G D C sunt æquales. posito etiam triangulo A B D communi duobus triangulis A F D & A G D æqualibus; erit triangulus B F D æqualis quadrilateræ figuræ B A G D. igitur triangulus F B D ad triangulum F D E est sicut figura quadrilatera B A G D ad triangulum G C D: triangulus vero F B D ad triangulum F D E, est sicut M ad N per hypothesim, & primam sexti. igitur proportio figuræ quadrilateræ B A G D ad triangulum G D C est sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

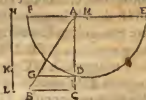


PROPOSITIO III. PROBLEMA III.

Per lineam æquidistantem assignato lateri noti trianguli, illum triangulum secundum proportionem datam diuidere.

Sit proportio data H K ad K L: & triangulus A B C, quem secundum proportionem datam volo diuidere per lineam ęquidistantem lateri eius B C. Ab angulo enim A versus quem volo habere antecedens in proportione quærenda, protraham lineam A E orthogonaliter super lineam A C; & sibi æqualem; & protrahatur linea E A secundum

cundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio E A ad A F, sicut H L ad H K, & posito centro in medio puncto lineæ F E, quod sit M, describatur semicirculus F D E, secundum quantitatẽ lineæ M E: qui quidem semicirculus secabit



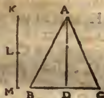
lineam A C super punctum D propter hoc, quòd linea A D minor est, quàm linea A E ; & linea A E æqualis est lineę A C. ducta igitur linea D G æquidistanter lineę B C, Dico quòd proportio trianguli A G D ad superficiẽ G B C D est sicut proportio H K ad K L. *Probatio*. Proportio enim trianguli A B C ad triãgulum A G D est sicut A C ad A D proportio duplicata per 17 sexti. Sed A C & A E sunt æquales. igitur proportio A B C trianguli ad A G D triãgulum, est sicut proportio A E ad A D duplicata. proportio autem A E ad A D duplicata est sicut A F ad A F per 30 tertii & 8 sexti. igitur proportio trianguli A B C ad triangulum A G D est sicut proportio E A ad A F; proportio vero E A ad A F est sicut H L ad H K. igitur proportio A B C ad A G D est sicut L H ad H K. igitur diuisim proportio superficiei G B C D ad triangulum A G D est sicut L K ad K H. igitur econtra A G D ad G B C D est sicut proportio H K ad K L. quod fuit probandum.

PROPOSITIO IIII PROBLEMA IIII.

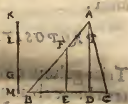
Per lineã æquidistantẽ perpendiculari ab angulo trianguli super basim protractæ, illũ triangulum secundum proportionem datam diuidere.

Sit

Sit proportio data K L ad L M . secundum illam, volo diuidere triangulum A B C per lineam æquidistantē perpendiculari A D. diuidam enim lineam K M secundum proportionem B D lineę ad lineā D C. Et sit primo (gratia exempli) quòd illa diuisio cadat in puncto L . est igitur proportio K L ad L M sicut B D ad D C : & per consequens, sicut trianguli A B D ad triangulum A D C per primam sexti. Igitur linea A D diuidit triangulum secundum proportionem datam.

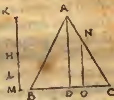


Sit autem secundo, proportio K G ad G M sicut proportio B D ad D C; ita quod G sit inter L & M: deinde diuidam triangulum A B D, iuxta præmissam, per lineam æquidistantem lateri A D secundum proportionē K L ad L G: & sit linea diuidēs sic triangulum F E. Dico igitur quòd proportio trianguli F B E ad superficiem A F E C, est sicut proportio K L ad L M. *Probatio.* Nam proportio trianguli A D C ad triangulum A B D est sicut proportio M G ad G K. igitur cōiunctim per 18 quinti, proportio trianguli A B C ad triangulum A B D est sicut proportio M K ad K G: proportio autem trianguli A B D ad triangulum F B E, est sicut proportio K G ad K L. igitur secundum æquam proportionalitatem per 22 quinti erit proportio trianguli A B C ad triangulum F B E, sicut proportio M K ad K L. igitur diuisim, proportio superficiei A F E C ad triangulum F B E est sicut proportio M L ad K L. igitur econtra proportio K L ad L M est sicut trianguli F B E ad superficiem A F E C. quod fuit probandum.



Sit

Sit tertio, proportio K H ad H M, ſicut B D ad D C, ita quòd H ſit inter K & L. deinde diuidam per præmiſſam triangulum A D C ſecundum proportionem H L ad L M per lineam N O æquidiſtantem lateri A D. Dico igitur quòd proportio ſuperficiei N A B O ad triangulum N O C, eſt ſicut proportio K L ad L M. *Probatio*. Proportio nanq; trianguli A B D ad triangulum A D C, eſt ſicut K H ad H M per primam ſexti & 11 quinti. igitur coniunctim per 18 quinti proportio trianguli A B C ad triangulum A D C, eſt ſicut proportio K M ad H M: proportio autem trianguli A D C ad triangulum N O C, eſt ſicut proportio H M ad L M. igitur ſecundum ęquam proportionalitatem proportio trianguli A B C ad triangulum N O C, eſt ſicut K M ad L M. igitur diuiſim proportio ſuperficiei N A B O ad triangulum N O C, eſt ſicut proportio K L ad L M. quod fuit propoſitum.

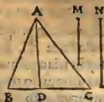


PROPOSITIO V. PROBLEMA V.

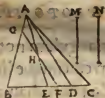
Triangulum notum, per lineam æquidiſtantem lineæ ab angulo eius ductæ, quæ nec æqui diſtet alicui laterum eius, neque alicui perpendicularium eius ſecundum proportionem datam diuidere.

Hæc concluſio probari poteſt ſicut pręmiſſa. poteſt etiã & aliter ſic probari. Sit proportio data M ad N: & ſit triãgulus A B C, quem volo diuidere ſecundum proportionem

tionem M ad N per lineam æquidistantem lineæ A D, quę descendat ab angulo A; nec sit perpendicularis, nec ęquidistans alicui laterum trianguli. Diuidam igitur lineam B C secundum proportionem M ad N & cadat primo (gratia exempli) diuisio in puncto D. linea igitur A D per primam sexti diuidit triangulum secundum proportionem M ad N datam.

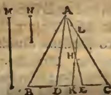


Cadat secundo diuisio inter B & D in puncto E; ita quod sit proportio B E ad E C sicut M ad N. tunc ponam lineam B F mediam proportionaliter inter lineas B D & B E: & protracta linea F G æquidistanter lineę A D, dico quod illa diuidit triangulum secundum quod proponitur. *Probatio.* Protraham enim lineam A E. Proportio igitur trianguli A B D ad triangulum G B F est sicut B D ad B F proportio duplicata, per 17 sexti. igitur est sicut proportio B D ad B E. Sed secundum proportionem B D ad B E est proportio trianguli A B D ad triangulum A B E. igitur eadem est proportio trianguli A B D ad triangulum G B F, & ad triangulum A B E. igitur trianguli G B F & A B E sunt æquales. posito igitur H in sectione linearum A E G F patet quod trianguli A G H & E F H sunt æquales; quibus addita superficie A H F C, erit triangulus A E C æqualis superficiei A G F C. eadem igitur est proportio trianguli A B E ad triangulum A E C sicut trianguli B F G ad superficiem A G F C. Sed proportio trianguli A B E ad triangulum A E C, est sicut proportio M ad N data. igitur liquet propositum.



Cadat

Cadat tertio diuisio inter D & C in puncto E, ita quòd sit proportio B E ad E C, sicut M ad N. ponam igitur lineā C K mediam proportionalem inter D C & E C. tunc protracta linea K L æquidistanter lineæ A D, dico quòd illa diuidit triangulum secundum quod proponitur. Nā vt prius proportio trianguli A D C ad triangulum L K C, est sicut proportio D C ad K C duplicata: & per consequens, est sicut proportio D C ad E C, & secundum eandem proportionem est proportio trianguli A D C ad triangulum A E C. igitur trianguli L K C & A E C sunt æquales. quare & trianguli A H L & K H E etiam sunt ęquales. superficies igitur L A B K æqualis est triangulo A B E. igitur eadem est proportio superficiei L A B K ad triangulum L K C, quę est trianguli A B E ad triangulum A E C. Illa vero proportio est sicut M ad N. igitur patet propositum.



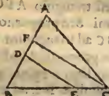
NOTA quod hoc modo probari potest pręmissa conclusio: & est hæc probatio facilior quàm præmissæ.

PROPOSITIO VI. PROBLEMA VI.

Triangulum notum per lineam æquidistantem cuicunque lineæ in eo protractæ, siue ab angulo protrahatur, siue non, secundum proportionem datam diuidere.

Si enim linea signata sit ęquidistans alicui lateri trianguli, habebitur intentum per tertiam huius. Si etiam dicta linea ab aliquo angulo descendat, habebitur propositum

per præmissam. Quòd si assignata linea neque descendat ab angulo aliquo trianguli, neque alicui eius lateri fuerit æquidistans, vt in triangulo A B C, assignetur linea D E, quæ non sit æquidistans lineę A C; sed concurreret cum ea ex parte C; si vtraque vlterius protraheretur, tunc ab angulo, ex parte cuius esset concursus, vt ab angulo C, protrahatur linea C F in triangulo æquidistanter lineæ assignatæ, scilicet lineę D E: & tūc per præmissam diuidatur triangulus per lineam ęquidistantem lineæ C F secundum proportionem datam. patet per 30 primi quòd ille tunc diuiditur per lineam æquidistantem lineæ D E, & sic liquet propositum, quantumcumque extraneę linea protrahatur.

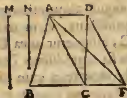


PROPOSITIO VII. PROBLEMA VII.

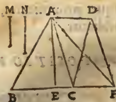
Per lineam protractam ab angulo noti quadranguli, illum quadrangulum secundum proportionem datam diuidere.

Sit proportio data M ad N: & sit quadrangulus A B C D; à cuius angulo A volo protrahere lineam diuidentem quadrangulum secundum proportionem M ad N. protraham enim diametrum A C; & à puncto D protraham lineam D F, æquidistantem lineę A C, donec concurrat cum linea B C in puncto F: deinde diuidam lineã B F secundum proportionem M ad N; & cadat primo diuisio in puncto C: ita quòd eadem sit proportio B C ad C F, quæ est M ad N. Dico igitur, quòd linea A C diuidit

quadrangulum, secundum quòd proponitur. *Probatio.* Nam triangulus A D C æqualis est triangulo A F C per 37 primi. Sed proportio trianguli A B C ad triangulum A C F est sicut proportio M ad N, per primam sexti. Igitur proportio trianguli A B C ad triangulum A C D est sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.



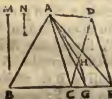
Secundo cadat diuisio in E puncto inter B & C; ita quòd sit proportio B E ad E F, sicut M ad N. Tunc protracta linea A E, dico q̃ proportio trianguli A B E ad superficiem A E C D est sicut proportio M ad N. *Probatio.* Protraham enim lineam A F. erit ergo triangulus A D C æqualis triangulo A F C, per 37 primi. Posito igitur triangulo A E C communi vtrique, erit superficies A E C D æqualis triangulo A E F. igitur eadem est proportio trianguli A B E ad superficiem A E C D, & ad triangulum A E F. Cum igitur per primam sexti proportio A B E trianguli ad A E F triangulum sit sicut M ad N; patet quòd proportio A B E trianguli ad A E C D superficiem est sicut M ad N. quod fuit probandum.



Cadat tertio diuisio inter C & F in puncto G; ita quòd sit proportio B G ad G F, sicut M ad N. tunc protraham lineam G H æquidistanter lineæ D F, quousque concurrat cum linea D C in puncto H: deinde protracta linea A H, dico quòd proportio superficiei A B C H ad triangulum A D H est sicut proportio M ad N. *Probatio.* Producam enim lineam A G. erit igitur triangulus

A H C

AHC ęqualis triangulo ACG. sed & totus triangulus ADC æqualis est toti triangulo AFG. ergo triangulus ADH residuus æqualis est triangulo AFG residuo. posito igitur triangulo ABC communi duobus triangulis ACH & ACG æqualibus; erit superficies ABCH ęqualis triangulo ABG. erit igitur proportio superficiei ABCH ad triangulum ADH, sicut trianguli ABG ad triangulum AGF. Sed proportio trianguli ABG ad triangulum AGF est sicut proportio M ad N. Igitur liquet propositum.



PROPOSITIO VIII. PROBLEMA VIII.

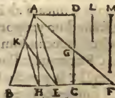
Quadrangulum notum duorum æquidistantium laterum per lineam ductam à puncto in altero æquidistantium laterum assignato secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus notus ABCD: & punctus assignatus in latere BC ęqu distante lateri AD sit E. Tunc volo protrahere lineam ab E puncto, diuidentem quadrangulum secundum proportionem L ad M. protrahatur enim BC vlterius secundum rectitudinem vsque ad F: ita quòd linea CF sit æqualis lineæ AD; & ducatur linea AF, secans lineam DC in puncto G. sunt igitur trianguli ADG, & GCF similes, & latera AD & CF æqualia. igitur illi trianguli sunt ęquales. Addito igitur ABCG communi vtrique, patet quòd quadrangulus ABCD æqualis est triangulo ABF. *Istud memoriæ commenda*. Deinde diuidam lineam BF secundum proportionem L ad M. & cadat

B 2 cadat

cadat diuisio primo in puncto E, ita quòd proportio B E ad E F sit sicut L ad M. tunc protracta linea E A, dico quòd illa diuidet quadrangulum secundum quòd proponitur. Nam propter æqualitatem triangulorum A D G & C G F, superficies A E C D æqualis est triangulo A E F. igitur eadem est proportio trianguli A B E ad superficiem A E C D, & ad triangulum A E F: proportio vero A B E ad A E F est sicut proportio L ad M. igitur proportio A B E ad residuum quadranguli est sicut proportio L ad M. quod est propositum.

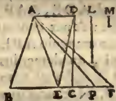
Cadat secundo diuisio inter B & E in puncto H, ita quòd sit proportio B H ad H F, sicut L ad M. tunc protraham lineam H K æquidistanter lineæ A E; & secet lineam A B in puncto K: deinde protracta linea K E, dico quòd illa diuidit quadrangulum, secundum quòd proponitur. Protraham enim lineam A H. & quia lineæ A E, K H sunt æquidistantes; erunt trianguli K A H, & K E H æquales. igitur addito K B H vtrique, erit triangulus A B H æqualis triangulo K B E. Sed & triangulus A K E æqualis est triangulo A H E igitur addito A E C D communi vtrique; erit superficies A K E C D æqualis quadrangulo A H C D. Quadrangulus vero A H C D æqualis est triangulo A H F, vt supra ostensum est. Igitur eadem est proportio trianguli K B E ad superficiem A K E C D, sicut trianguli A B H ad triangulum A H F: & per consequens sicut L ad M. quod fuit probandum.



Tertio

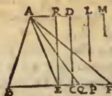
Tertio cadat diuisio inter E & F; & facta figura, resecabo de linea E F lineam E P ęqualem lineę D A: deinde secabo lineam B F, secundum proportionem L ad M.

Et cadat diuisio primo in puncto P; ita quòd sit proportio B P ad P F, sicut L ad M. tunc protraham lineam E D, quam dico diuidere quadrangulum secundum formam propositam. *Probatio.* Producam enim lineam P A, & quia linea E P est ęqualis lineę A D, & ęquidistans ei, erit triangulus A D E ęqualis triangulo A P E. Posito igitur triangulo A B E communi, erit quadrangulus A B E D æqualis triangulo A B P: & per consequens residuus triangulus D E C erit æqualis triangulo residuo A P F: propter id, quod supra probatum est: scilicet quod quadrangulus A B C D æqualis est triangulo A B F. liquet igitur quòd eadem est proportio quadranguli A B E D ad triangulum D E C, sicut trianguli A B P ad triangulum A P F per 19 quinti. sed proportio trianguli A B P ad triangulum A P F est sicut L ad M. igitur proportio A B E D ad D E C, est sicut L ad M. quod fuit probandum.

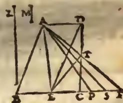


Secundo cadat diuisio inter E & P in puncto Q: ita quòd sit proportio B Q ad Q F, sicut L ad M: deinde secabo ex linea A D lineam A R æqualem lineæ E Q. tũc protracta linea E R, dico quòd illa diuidit quadrangulũ secundũ quòd proponitur. Protraham enim lineã A Q. Et quia lineę A R & E Q sunt æquales, & æquidistantes, erunt trianguli A R E & A Q E æquales: quibus addito triangulo A B E communi, erit quadrangulus A B E R æqualis triangulo A B Q. sed probatum est superius, quòd

ꝙ totus quadrangulus A B C D æqualis eſt toti triangulo A B F. Igitur quadrangulus R E C D reſiduus æqualis eſt triangulo A Q F reſiduo. igitur eadē eſt proportio quadrāguli A B E R ad quadrangulum R E C D, ſicut trianguli A B Q ad triangulum A Q F: & per conſequens ſicut L ad M. quod fuit propoſitum.



Tertio cadat diuiſio inter P & F in puncto S: ita quòd ſit proportio B S ad S F, ſicut L ad M: diuidā autem lineam D C ſecundum proportionem P S ad S F, in puncto T: & protraham lineam E T. dico quòd illa diuidit quadrangulum ſecundum ꝙ proponitur: producā enim lineā A S. Quia igitur lineę A D & E P ſunt ęquales, & æquidiſtantes; erunt triāguli A D E, & A P E æquales: & per conſequens addito triangulo A B E communi, quadrangulus A B E D æqualis eſt triangulo A B P. ſed & totus quadrangulus A B C D æqualis eſt toti triangulo A B F. igitur triangulus D E C æqualis eſt triāgulo P A F. ſed & proportio trianguli D E T ad triāgulum T E C eſt ſicut proportio trianguli P A S ad triangulum S A F. igitur triangulus D E T æqualis eſt triangulo P A S: & triangulus T E C ęqualis eſt triangulo S A F Iam vero probatum fuit quòd quadrangulus A B E D æqualis eſt triangulo A B P. igitur addito triangulo D E T ad primū, & triangulo P A S ſibi æquali ad ſecundum, erit pentagonus A B E T D ęqualis triangulo A B S. Iam vero probatum fuit

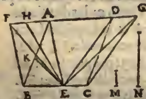


fuit, quod trianguli T E C, & S A F sunt ęquales. igitur eadem est proportio pentagoni A B E T D ad triangulum T E C, sicut trianguli A B S ad triangulum A S F; & per consequens sicut L ad M. quod fuit propositum.

PROPOSITIO IX. PROBLEMA IX.

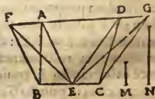
Quemlibet notum quadrãgulum per lineam ductam a puncto in vno laterum non æquidistantium assignato secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrãgulus A B C D; cuius duo latera A D, B C non æquidistent. illum igitur quadrangulum volo diuidere secundum proportionem M ad N notam, per lineã ductam ab E puncto dato super lineam B C. Producam enim duas lineas E A, E D: & extendam D A ex vtraque parte secundum rectitudinem, donec linea B F concurreret cũ ea in puncto F, ęquidistanter lineę A E: & C G cõcurreret cũ ea in puncto G, æquidistãter lineę E D. Deinde diuidã lineam F G secundũ proportionem M ad N. Et primo cadat diuisio inter F & A in puncto H, ita quod sit proportio F H ad H G, sicut M ad N; Diuidam etiã lineam B A secundum proportionem F H ad H A: & cadat diuisio in pũcto K: ita quod sit proportio B K ad K A, sicut F H ad H A. tunc ducta linea K E, dico quòd illa diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Protrahã enim duas lineas E F, E G. erit igitur triangulus A F E ęqualis triangulo A B E per 37 primi, & triau-

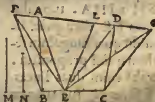


triangulus D G E æqualis triãgulo D C E. Addito igitur vtrique triangulo A E D, erit triangulus F E G æqualis quadrãgulo A B C D proposito. *Hoc memoriæ commẽda.* Et quia triangulus A F E est ęqualis triãgulo A B E, & eadẽ proportio F H ad H A, sicut B K ad K A. igitur p primã sexti triãgulus E H F ęqualis est triangulo E K B. igitur & residuũ residuo ęquale. triangulus igitur H E G residuus ęqualis est pentagono A K E C D. eadem igitur est proportio trianguli E K B ad pentagonum A K E C D sicut trianguli E H F ad triangulum E G H. igitur sicut lineę F H ad lineam H G. & per consequens sicut M ad N. quod fuit probandum.

Secundo cadat diuisio in puncto A, ita quòd sit proportio F A ad A G, sicut M ad N. tunc protracta linea E A, dico quòd illa diuidit quadrangulum secundum ꝙ proponitur. Nam triangulus A F E ęqualis est triangulo A B E. igitur triangulus A E G residuus ęqualis est quadrangulo A E C D residuo. eadem ergo est proportio trianguli A B E ad quadrangulum A E C D, sicut trianguli A F E ad triangulum A E G. igitur sicut lineę F A ad lineam A G, & per consequens sicut M ad N. quod fuit probandum.



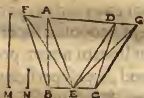
Tertio cadat diuisio inter A & D in pũcto L, ita ꝙ sit proportio F L ad L G, sicut proportio M ad N. tunc dico ꝙ linea E L diuidit quadrãgulũ secũdum quòd proponitur. Cũ enim triãguli A F E



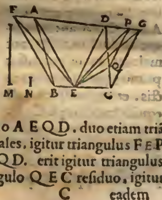
& A B E

& A B E sint æquales, addito vtrique triangulo L A E erit triãgulus L F E æqualis quadrãgulo A B E L. Igitur triãgulus L E G residuus ęqualis est quadrangulo L E C D residuo. igitur eadẽ est proportio quadrãguli A B E L ad quadrãgulũ LECD, sicut triãguli L F E ad triangulũ L E G: & per cõsequẽs sicut proportio M ad N. qđ fuit ꝓbandũ.

Quarto cadat diuisio in puncto D: quia tunc trianguli D G E, & D C E sunt æquales, erit triangulus D F E residuus ęqualis quadrangulo D A B E residuo. igitur eadem est proportio quadranguli A B E D ad triangulum D E C, sicut trianguli D F E ad triangulum D E G. igitur sicut lineæ F D ad lineã D G, & per consequens sicut M ad N. linea igitur D E diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur.



Quinto cadat diuisio in puncto P inter D & G; ita ꝙ proportio F P ad P G sit, sicut M ad N. tunc protraham lineam P Q æquidistantẽ lineę C G, donec concurrat cũ linea C D in puncto Q. protracta igitur linea E Q, dico quòd illa diuidit quadrãgulum secundum quòd proponitur. Protraham enim lineam P E. erit igitur triangulus D E P æqualis triangulo D E Q per 37 primi. Posito igitur triangulo A E D communi, erit triangulus A E P ęqualis quadrangulo A E Q D. duo etiam triãguli A F E & A B E sunt ęquales. igitur triangulus F E P ęqualis est pentagono A B E Q D. erit igitur triangulus P E G residuus ęqualis triangulo Q E C residuo. igitur

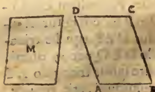


eadem est proportio pentagoni A B E Q D ad triangulū Q E C, sicut trianguli F E P ad triangulum P E G. igitur sicut lineæ F P ad lineam P G: & per cōsequens sicut M ad N. quod fuit propositum.

PROPOSITIO X. PROBLEMA X.

Proposita linea nota, duabusque lineis à terminis eius protractis, angulos qualescunque cum ea ex eadem parte causantibus, superficiem propositæ superficiei notæ æqualem, super lineam notam propositam designare, ita quod dicta superficies inter lineam illam notam, & lineam sibi æquidistantem, atque inter dictas duas ex vna parte, vel ex altera notæ lineæ protractas lineas, includatur.

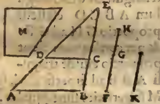
Verbi gratia sit linea A B nota: & duæ lineę A D, B C secundum libitum situatæ. Volo super lineam A B consti tuere superficiē ęqualem superficiei M notę, inclusam inter lineas A D, B C, & inter A B, & lineam sibi æquidistātem. Duo igitur anguli D A B & C B A aut sunt æquales duobus rectis, aut maiores, aut minores. sint primò ęquales duobus rectis. erit igitur linea A D ęquidistans lineę B C. faciam igitur per 44 primi



super lineam A B superficiem æquidistantium laterū, cuius anguli sint æquales angulis D A B, C B A, & ipsa superficies sit ęqualis superficiei M: & patet propositum.

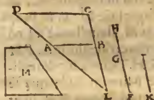
Sint

Sint secũdo duo anguli D A B, & C B A minores duobus rectis, concurrent igitur duæ lineę A D B C ex parte C D. concurrant autē in puncto E. Nisi igitur triangulus E A B fuerit maior superficie M, ex parte D C, nō potest talis superficies constitui, qualem voluimus: sed tunc ex parte alia fieri oportebit. Sit igitur triangulus E A B maior superficie M: & sit proportio trianguli E A B ad superficiem M, sicut linea F H ad lineam F G: & sit linea K media proportionalis inter F H & G H. Deinde secabo ex linea E B lineam E C; quę se habeat ad lineam E B, sicut linea K ad lineam F H. tunc protracta C D æquidistāter lineę B A, dico quòd superficies A B C D est ęqualis superficiei M. *Probatio*. Nam proportio trianguli B A E ad triangulum C D E est per 17 sexti sicut proportio B E ad C E duplicata. igitur & sicut proportio F H ad K duplicata: & per consequens proportio trianguli B A E ad triangulum C D E est sicut proportio F H ad G H. igitur euersim proportio trianguli B A E ad quadrāgulum B A D C est sicut proportio F H ad F G. sed quę est proportio F H ad F G, eadem est trianguli B A E ad superficiem M. igitur eadē est proportio triāguli B A E ad superficiēM, & ad quadrangulū B A D C. quare superficies M, & quadrangulus B A D C sunt æquales. & hoc est quod voluimus.



Sint tertio duo anguli D A B & C B A maiores duobus rectis. cōcurrent igitur ex parte A B. sitq; in puncto E. ponam igitur proportionem G H ad G F secundum proportionem trianguli A B E ad superficiem M: sitque linea K media proportionalis inter F H, & G H: & ponam proportionem E C ad E B secundum proportionē F H ad K. tunc protracta C D æquidistanter lineæ A B,

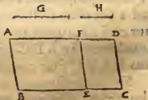
Dico quod superficies M ęqualis est quadrangulo A B C D. *Probatio.* Proportio enim trianguli C D E ad triangulum B A E est (vt supra ostensum est) sicut proportio F H ad G H. igitur euersim proportio C D E trianguli ad quadrāgulum C D A B est sicut proportio F H ad F G. igitur disiunctim proportio A B E trianguli ad quadrangulum A B C D est sicut proportio G H ad G F: & per consequens sicut proportio eiusdē triāguli A B E ad superficiē M. igitur quadrāgulus A B C D, & M superficies sunt ęquales. & hoc voluimus demōstrare.



PROPOSITIO. XI. PROBLEMA. XI.

Quadrangulum æquistantium laterum per lineam vni suorum laterum æquidistantem, secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus ęquidistantium laterum A B C D: quem volo diuidere secūdum proportionē G ad H per lineam ęquidistantem lateri eius A B. Diuidam enim lineam B C in puncto E secundum proportionem G ad H: & protraham lineam E F ęquidistantem lineæ A B: & habetur propositum. Nā per primā sexti eadē est proportio quadrāguli A B E F ad quadrāgulū F E C D, sicut lineæ B E ad lineā E C: & per consequens sicut G ad H. quod fuit propositum.

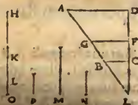


PRO-

PROPOSITIO XII. PROBLEMA XII.

Quadrangulum duorum tantum æquidistantium laterum per lineam æquidistãtibus eius lateribus æquidistantem secundum proportionem datam diuidere.

Sit quadrangulus A B C D, cuius tantum duo latera A D, & B C æquidistent. Illum igitur quadrãgulum volo diuidere secundum proportionem M ad N per lineam çquidistantem lateribus eius A D & B C: latera enim eius A B & D C concurrent necessario. Sit quòd in puncto E: & ponam proportionem H O ad L O secundum proportionem trianguli D A E ad triangulum C B E. conuertendo igitur, & diuidendo erit proportio trianguli C B E ad quadrangulũ D A B C, sicut L O ad L H. diuidam antẽ lineam H L in puncto K secundum proportionẽ M ad N; ita quòd sit proportio H K ad K L, sicut M ad N. & sit linea P media proportionalis inter lineas K O & O L: & ponam proportionem F E ad C E secundum proportionem K O ad P. deinde protraham lineam F G çquidistantem lineç D A. Dico igitur quòd illa diuidit quadrangulum secundum quod proponitur. *Probatio.* Nam proportio trianguli F G E ad triangulum C B E est sicut F E ad C E proportio duplicata. igitur & sicut K O ad P proportio duplicata: & per consequens proportio trianguli F G E ad triangulum C B E est sicut proportio

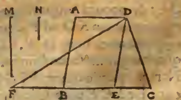


KO ad LO. igitur diuisim proportio quadranguli F G B C ad triangulum C B E est sicut proportio K L ad L O. Proportio vero trianguli C B E ad quadrangulum A B C D (vt supra ostẽsum est) est sicut proportio L O ad L H. igitur per æquam proportionalitatem proportio quadrã-guli F G B C ad quadrãgulum A B C D est sicut propor-tio K L ad L H. igitur disiunctim proportio quadranguli F G B C ad quadrangulum A G F D est sicut proportio K L ad K H. igitur econtra proportio A G F D ad G B C F est sicut H K ad K L; & per consequens sicut M ad N. quod fuit propositum.

PROPOSITIO XIII. PROBLEMA XIII.

Quadrangulum duorum tantum æquidistan-tium laterum per lineam æquidistantem vni suorum laterum non æquidistantium secundũ proportionem datam diuidere.

Sint quadranguli A B C D duo tantũ latera A D, B C æquidistantia. Illum igitur quadrangulum volo diuidere secundum proportionem M ad N per lineam æquidistã-tem lateri eius A B. Ab altero igitur angulorum C, vel D, protraham lineam intra quadrangulum æquidistã tem lineę A B: & sit gra-tia exempli linea D E. de-inde protraham E B secũ-dum rectitudinem vsque ad F, donec B F sit ęqua-lis B E, & diuidam lineã F C secundum proportionem M ad N. & primò cadat diuisio in



diuisio in puncto E; ita quòd sit proportio F E ad E C, sicut M ad N. Dico igitur quòd linea D E diuidit quadrãgulum secundum quod proponitur. *Probatio*. Protrahã lineam D F. est igitur proportio trianguli F D E ad triangulum E D C, sicut proportio F E ad E C. igitur & sicut proportio M ad N. sed per primam sexti & 41 primi quadrangulus A B E D æqualis est triãgulo F D E. igitur proportio quadranguli A B E D ad triangulum D E C est sicut M ad N. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter F & E; ita quod maior sit proportio F E ad E C, quàm sit proportio M ad N. diuisa igitur E C linea per æqualia in pũcto G, erit maior proportio B E ad E G, quàm M ad N, propter hoc quòd linea B E est medietas lineæ F E, & linea E G est medietas lineę E C. diuisa igitur linea B G secundum proportionẽ M ad N, cadet diuisio inter B & E: sitque in puncto H: ita quòd eadem sit proportio B H ad H G, sicut M ad N. tunc protracta linea H K æquidistanter lineæ B A, Dico quòd illa diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Protrahami enim A D lineam secundum rectitudinem vsque ad L; quousque concurrat cum linea G L æquidistanter lineæ D E. Quia igitur linea E C est dupla lineæ E G, erit parallelogrammum D E G L æquale triangulo D E C. Addito igitur vtrique quadrãgulo K H E D, erit quadrangulus K H G L æqualis quadrangulo K H C D. igitur eadem est proportio quadranguli A B H K ad quadrangulum K H G L, & ad quadrangulum K H C D. proportio vero quadranguli A B H K ad quadrangulum K H G L est sicut proportio B H ad H G: & per consequens sicut M ad N. igitur proportio quadranguli A B H K ad



HK ad quadrangulum KHCD est sicut proportio M ad N. quod est propositum.

Tertio cadat diuisio inter F & C in pũcto R, ita quòd sit proportio FR ad RC, sicut M ad N. tunc protraham lineam DR; & per 3 huius diuidam triangulum DEC secundum proportionem trianguli DER ad triangulum DRC, per lineam PQ æquidistantem lateri eius DE; ita quòd sit quadrangulus DEPQ æqualis triangulo DER: & etiam triangulus QPC ęqualis triangulo DRC. Dico igitur quòd linea PQ diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Proportio enim trianguli FDR ad triangulum RDC est sicut proportio M ad N. sed quadrangulus ABED æqualis est triãgulo FDE: & quadrangulus DEPQ æqualis est triangulo DER. igitur pentagonus ABPQD est ęqualis triangulo FDR. sed & triangulus DRC ęqualis est triangulo QPC. igitur proportio Pentagoni ABPQD ad triangulum QPC est sicut proportio trianguli FDR ad triangulum DRC: & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

M N A D Q F B E P R C H

Consimiliter operaremur per lineam æquidistantẽ lateri eius DC, & patet totum quod proposuimus.

PROPOSITIO XIIII. PROBLEMA XIIII.

Quadrangulum nulla habentem æquidistantia latera, per lineam vni suorum laterum æquidistantem, secundum proportionem datam diuidere.

Verbi gratia quadranguli A B C D nulla sint æquidistantia latera: illum tamen volo diuidere secundum proportionem V ad X, per lineam æquidistantem lateri eius A B. Protraham enim ab altero angulorum C vel D lineam æquidistantem lineæ A B, transeuntem intra quadrangulum: & sit gratia exempli linea D F, & protraham duas lineas E A, B D secantes se in puncto O: & extendam lineam C B secundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio F B ad B E, sicut proportio A O ad O E, & protraham lineam F D. deinde diuidam lineā F C secundum proportionem V ad X. & primo cadat diuisio in puncto E; ita quòd sit proportio F E ad E C, sicut proportio V ad X. dico igitur quòd linea D E diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. *Probatio*. Nam proportio trianguli A D O ad triangulum O D E est sicut proportio A O ad O E: & etiam proportio trianguli A B O ad triangulum O B E est sicut proportio A O ad O E. igitur aggregando, proportio trianguli B A D ad triangulum B E D est sicut proportio A O ad O E: & per consequens sicut proportio F B ad B E. & secundum eandem proportionem est triangulus F D B ad triangulum B E D. igitur triangulus B A D æqualis est triangulo F B D. Addito igitur B D E triangulo, cōmuni vtrique, erit triāgulus F D E æqualis quadrangulo A B E D. sed proportio triāguli F D E ad triangulum E D C est sicut proportio F E ad E C: & per consequens sicut proportio V ad X. igitur proportio quadranguli A B E D ad triangulum E D C est sicut proportio V ad X. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter F & E (siue intra quadrangulum, siue extra non est cura): sit quod in puncto G:

D ita

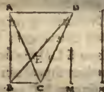
lus E D L æqualis est quadrãgulo D E M N: propter hoc quòd trianguli M N C & L D C sunt ęquales. Igitur pentagonus A B M N D ęqualis est triangulo F D L. igitur eadem est proportio pen tagoni A B M N D ad triangulum M N C, sicut trianguli F D L ad triangu lum L D C: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Sicut autem diuiditur quadrangulus secundũ proportionem datam per lineam ęquidistantem lateri eius A B, ita pot est diuidi per lineam æquidistantem alteri eius lateri cuicunque; & patet propositum.

PROPOSITIO XV. PROBLEMA XV.

Quemlibet quadrangulum per lineam æquidistantem vni diametrorum eius secundum proportionem datam diuidere.

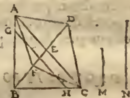
Verbigratia quadrangulum A B C D volo diuidere secundum proportionem M ad N, per lineam ęquidistantẽ diametro eius A C. Protraham enim diametrum B D secantem A C in puncto E: & diuidam lineam B D secundũ proportionẽ M ad N. Primo igitur cadat diuisio in puncto E; ita quòd eadem sit proportio B E ad E D, sicut M ad N. Dico igitur quod diameter A C diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur.



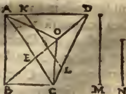
Nam proportio triãguli A B E ad triangulum A E D est sicut proportio B E ad E D. similiter proportio trianguli B E C ad triangulum E D C est sicut proportio B E ad E D. Igitur coniungendo erit proportio trianguli A B C ad triangulum A D C sicut proportio B E ad E D: & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter B & E in puncto F: ita quòd eadem sit proportio B F ad F D, quæ est M ad N. Tunc protraham duas lineas F A F C; & erit proportio duorum triangulorũ A B F, G B F coniunctim ad quadrangulum A F C D, sicut proportio B F ad F D. ex triangulo igitur A B C secabo per tertiam huius triangulum G B H sibi similem, & ęqualem duobus triangulis A B F, C B F, coniunctim per lineam G H æquidistantem lineæ A C: Illam igitur lineam dico diuidere quadrangulum secũdum quòd proponitur. quia enim triangulus G B H est ęqualis superficiei A B C F, erit triangulus A F C ęqualis quadrangulo A G H C. Addito igitur A D C communi, erit quadrangulus A F C D æqualis pentagono A G H C D. proportio igitur trianguli G B H ad pentagonũ A G H C D est sicut proportio superficiei A B C F ad quadrãgulũ A F C D: & per cõsequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositũ.

CBF



Tertio cadat diuisio inter E & D in pũcto O: ita quòd sit proportio B O ad O D, sicut M ad N. tunc protraham duas lineas O A, O C. erit igitur proportio quadranguli A B C O ad superficiem A O C D, sicut proportio B O ad O D; & per consequens sicut M ad N. secabo igitur per tertiam huius ex triangulo A C D triãgulum K L D sibi similem, & ęqualem superficiei A O C D, per lineam K L ęquidistantem lineæ A C. Dico igitur quòd illa diuidit quadrãgulum secundum quòd proponitur. Triangulus enim A O C æqualis est quadrangulo A C L K. igitur quadrangulus A



B C O æqualis est pentagono A B C L K, et triangulus K L D æqualis superficiei A O C D. igitur proportio pentagoni A B C L K ad triangulū K L D est sicut proportio quadranguli A B C O ad superficiem A O C D; & per consequens sicut proportio M ad N. quod fuit propositum.

Consimiliter faciemus, vt diuidatur quadrāgulus A B C D secundum proportionem datam per lineam æquidistantem diametro eius B D. & patet propositum.

PROPOSITIO XVI. PROBLEMA XVI.

Quemlibet quadrangulum per lineam æquidistantem lineæ in quadrāgulo assignatæ, quæ nec æquidistet alicui laterum eius, neque alicui diametrorum eius secundum proportionem datam diuidere.

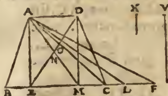
Vt verbi gratia Quadrāngulum A B C D volo diuidere secundum proportionem V ad X per lineam æquidistantem lineę A E. Protraham enim duas diametros A C E D secantes se super punctum O: deinde producam lineam B C secundum rectitudinem vsque ad F, donec sit proportio E C ad C F, sicut pportio E O ad O D: & protraham lineam A F. tunc diuidam lineam B F secundum proportionem V ad X: & primo cadat diuisio in E puncto; ita quòd sit proportio B E ad E F, sicut V ad X. dico igitur quòd linea A E diuidit quadrāgulum secundū quòd proponitur. Nam proportio triāguli A E C ad triāgulum A C D est sicut proportio

A D V X O B E C F

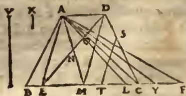
nem D N ad N E. hoc autem ſtatim fieri poteſt, protrahendo lineam D L æquidiſtantem lineæ A M. Cadet igitur L citra F; eo quòd linea D F, ſi protraheretur, eſſet æquidiſtans lineę A C, ſi illa protraheretur. tunc protraham lineam A L. erit igitur triangulus A E L ęqualis quadrangulo A E M D. diuidatur igitur linea B F ſecundum proportionem V ad X: & nunc cadat diuiſio inter E & L in puncto R, ita quòd eadem ſit proportio B R ad R F ſicut V ad X. Deinde per decimam huius protraham lineam P Q æquidiſtantem lineę A E, ſic quòd ſuperficies A E Q P ſit æqualis triangulo A E R. & quia triangulus A E L eſt maior triangulo A E R: & triangulus A E L eſt ęqualis quadrãgulo A E M D: erit propter hoc quadrangulus A E Q P minor quadrangulo A E M D. Dico igitur quòd linea P Q diuidit quadrangulum A B C D ſecundum quòd proponitur. *Probatio.* Quadrangulus enim A E C D eſt æqualis triangulo A E F: & quadrangulus A E Q P eſt æqualis triangulo A E R. igitur quadrangulus P Q C D reſiduus eſt æqualis triãgulo A R F reſiduo. Similiter quia quadrangulus A E Q P eſt æqualis triangulo A E R; poſito triangulo A B E communi; erit quadrangulus A B Q P ęqualis triangulo A B R. igitur eadẽ eſt proportio quadrãguli A B Q P ad quadrangulũ P Q C D ſicut trianguli A B R ad triangulũ A R F. igitur & ſicut B R ad R F: & per conſequens ſicut V ad X. quod fuit propoſitum.

Quarto cadat diuiſio in puncto L, ita quod eadem ſit proportio B L ad L F, ſicut V ad X. tunc dico quòd linea D M diuidit quadrangulum ſecũdum quòd proponitur. Nam triangulus A E F eſt ęqualis quadrangulo A B C D: & trian-

& triangulus A E L est æqualis quadrangulo A E M D. igitur triangulus A L F residuus est ęqualis triangulo D M C residuo. Similiter quia quadrãgulus A E M D est ęqualis triangulo A E L, posito triangulo A B E cõmuni, erit quadrangulus A B M D æqualis triangulo A B L. eadẽ igitur est proportio quadranguli A B M D ad triangulum D M C, sicut trianguli A B L ad triangulum A L F: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.



Quinto cadat diuisio inter L & F in pũcto Y, ita quòd eadem sit proportio B Y ad Y F, sicut V ad X: & protraham lineam A Y. quia igitur triangulus D M C ęqualis est triangulo A L F; & triangulus A L F maior est triangulo A Y F; erit triangulus D M C maior triangulo A Y F. igitur ex triangulo D M C separabo per tertiam huius triangulum S T C sibi similem & æqualem triangulo A Y F per lineam S T ęquidistantem lineę D M. Dico igitur ꝙ linea S T diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus D M C est ęqualis triangulo A L F; & etiam triangulus S T C est ęqualis triangulo A Y F, erit quadrangulus D M T S residuus ęqualis triangulo A L Y residuo. Cum igitur quadrangulus A B M D sit æqualis triangulo A B L; erit pẽtagonus A B T S D æqualis triangulo A B Y. eadem igitur est proportio pentagoni A B T S D ad triangulum S T C, sicut trianguli A B Y



ad

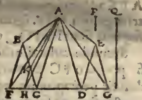
ad triangulum A Y F. igitur & ſicut B Y ad Y F: & per cõſequẽs ſicut V ad X: & hoc eſt quod voluimus demõſtrare.

Et eſt notandum quòd ſicut diuiditur quadrangulus per lineam æquidiſtantem lineæ ductæ ab Angulo eius, quæ nec æquidiſtet eius lateribus, nec eius diametris: ita poteſt diuidi per lineam æquidiſtantem lineę non ductę ab angulo aſſignato, vt protrahendo lineam ab aliquo angulo quadranguli cadentem intra quadrangulum, & ęquidiſtantem lineæ aſſignatæ: & tunc operabimur, ſicut iam docuimus.

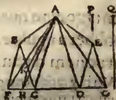
PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVII.

Pentagonum quemlibet notum per lineam à quolibet angulo eius ductam ſecundum proportionem datam diuidere.

Verbi gratia pentagonum A B C D E volo diuidere ſecundum proportionem P ad Q per lineam ductam ab angulo eius A. Protraham duas lineas A C, A D: & ab angulo B protraham lineam B F ęquidiſtantem lineæ A C, donec cõcurrat cum linea D C, vlterius protracta in puncto F. ſimiliter ab angulo E protraham lineam E G ęquidiſtantem lineę A D, donec concurrat cum linea C D vlterius protracta in puncto G. tunc protractis lineis AF, A G, erit triangulus A F G ęqualis pẽtagono AB CDE: propter hoc quòd triãgulus A B C eſt æqualis triangulo A F C; & triangulus A E D eſt ęqualis triangulo A G D, addito A C D communi vtriſque; patet quod diximus. Diuidam igitur lineam F G ſecundum proportionem P ad Q: & ca-



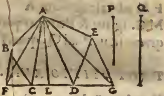
dat primo diuisio inter F & C in puncto H: ita quòd sit proportio F H ad H G, sicut proportio P ad Q. Protrahā igitur H K equidistanter lineę B F, donec tetigerit lineam B C in puncto K. est igitur eadem proportio B K ad K C, sicut F H ad H C, per secundam sexti. deinde protracta linea A K, dico illam diuidere pentagonum secundū quòd proponitur. Protraham enim lineam A H. Quia igitur triangulus A E D est æqualis triangulo A G D; addito A C D communi, erit quadrangulus A C D E æqualis triangulo A C G. Similiter quia triangulus A K C est equalis triangulo A H C, propter æquidistantiam linearum K H & A C; erit pentagonus A K C D E æqualis triangulo A H G. Item quia eadem est proportio B C ad B K, sicut F C ad F H; erit eadem proportio trianguli A B C ad triangulum A B K, sicut trianguli A F C ad triangulum A F H. igitur permutatim eadem est proportio trianguli A B C ad triangulum A F C, sicut trianguli A B K ad triangulum A F H. Cum igitur trianguli A B C, & A F C sint equales; erunt trianguli A B K & A F H equales. eadem igitur est proportio trianguli A B K ad pentagonum A K C D E, sicut trianguli A F H ad triangulum A H G. igitur & sicut F H ad H G; & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



Secundo cadat diuisio in puncto C; ita quòd eadem sit proportio F C ad F G, sicut P ad Q. tūc dico quòd linea A C diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Nam vt ostensum est supra, quadrangulus A C D E est equalis triangulo A C G, & triangulus A B C æqualis est triangulo A F C. igitur eadem est proportio trianguli A B C ad quadrangulum A C D E, sicut trianguli A F C ad triangulum A C G. igitur sicut F C ad C G; & per consequens sicut

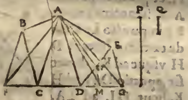
cut P ad Q. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio in puncto L inter C & D: ita quod sit proportio F L ad L G, sicut P ad Q. Protraham igitur lineam A L, quam dico diuidere pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus A B C est æqualis triangulo A F C, posito A C L communi, erit quadrangulus A B C L æqualis triangulo A F L. Similiter posito triãgulo A L D cum vtrisque triangulis A E D, A G D; erit quadrangulus A L D E æqualis triangulo A L G. igitur eadem est proportio quadranguli A B C L ad quadrangulum A L D E, sicut trianguli A F L ad triangulum A L G. igitur sicut F L ad L G; & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

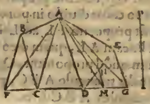


Quarto cadat diuisio in puncto D. tunc dico quòd linea A D diuidit pentagonum secundum quòd proponitur: & patet probatio, sicut patuit, quando cecidit diuisio in puncto C.

Quinto cadat diuisio inter D & G in puncto M; ita quòd eadem sit proportio F M ad M G, sicut P ad Q. tunc erigam lineam M N ęquidistãter lineę G E, quousque tetigerit lineam D E in puncto N: & protraham lineã A N, quam dico diuidere pentagonum secũdum quòd proponitur. protracta enim linea A M, arguitur vt prius in primo casu, quòd triangulus A E N est ęqualis triangulo



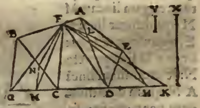
A G M: & quòd pentagonus A B C D N est æqualis triangulo A F M. igitur eadé est proportio pétagoni A B C D N ad triangulum A N E, sicut trianguli A F M ad triangulum A M G. igitur & sicut proportio F M ad M G: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVIII.

Per lineã ductam à puncto in latere noti pentagoni asſignato dictum pentagonum ſecundum proportionem notam diuidere.

Verbi gratia pentagonum A B C D E volo diuidere ſecundum proportionem V ad X, per lineã ductam à puncto F aſſignato in latere eius A B. protraham enim lineas F C, F D, F E: & protraham lineam B G æquidistanter lineæ F C, & lineam E H æquidistanter lineæ F D, donec concurrant cum linea C D vlterius ex vtraque parte protracta, in punctis G & H. & protraham lineã A D ſecantem lineam F E in puncto L: Deinde extẽdam lineam D H vſque ad K, donec ſit ꝓportio D H ad H K, ſicut D L ad L A. hoc autem fiet, imaginando lineam A K protrahi æquidistanter lineæ L H. tunc protraham lineas F G, F H, F K. Diuidam igitur lineam G K ſecundum proportionem V ad X

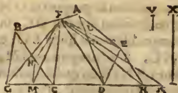


ad X: & cadat diuisio primo inter G & C in puncto M: ita quòd eadem sit proportio G M ad M K, sicut V ad X. Deinde diuidam lineam B C in puncto N per lineam M N æquidistantem lineæ B G; eritque proportio B N ad N C, sicut proportio G M ad M C. tunc protracta linea F N, dico quòd illa diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. *Probatio*. Nam proportio trianguli F D E ad triangulum F A E est sicut proportio D L ad L A. igitur & sicut proportio D H ad H K, quę est sicut proportio trianguli D F H ad triangulum H F K. igitur proportio trianguli F D E ad triangulum F A E est sicut proportio trianguli D F H ad triangulum H F K. igitur permutatim proportio trianguli D F E ad triangulum D F H est sicut proportio trianguli F A E ad triangulum F H K. sed trianguli D E H, & D F E sunt ęquales, propter ęquidistantiam linearum F D, & E H. igitur trianguli F A E, & F H K sunt æquales. Quadrangulus igitur F D E A æqualis est triangulo F D K. addito igitur F C D communi, erit pentagonus F C D E A ęqualis triangulo F C K. *Hoc memoriæ commendemus*. Ex alia parte protraham lineam F M. Quia igitur triangulus F B C est ęqualis triangulo F G C: & eadem est proportio B N ad N C, sicut G M ad M C: erit triangulus F B N ęqualis triangulo F G M: & triangulus F N C æqualis triangulo F M C. Congregando igitur, patet quòd hexagonus F N C D E A est æqualis triangulo M F K: & trianguli F B N, & F G M sunt ęquales. igitur eadem est proportio trianguli F B N ad hexagonum F N C D E A, sicut trianguli F G M ad triangulum F M K. igitur & sicut lineę G M ad lineam M K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio in puncto C; ita quòd eadem sit proportio G C ad C K, sicut V ad X. dico igitur quòd linea

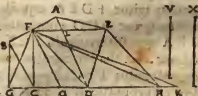
D F H

linea F C diuidit pentagonum secũdum ꝙ ꝓponitur: Iam enim ostensum fuit, ꝙ pentagonus F C D E A est ęqualis triãgulo F C K, & ꝙ etiam triangulus F B C ęqualis est



triangulo F G C. igitur eadẽ est proportio trianguli F B C ad pentagonum F C D E A, sicut trianguli F G C ad triãgulum F C K. igitur & sicut lineę G C ad C K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter C & D in puncto O: ita ꝙ eadem sit proportio G O ad O K, sicut V ad X. dico igitur quod linea F O diuidit pentagonum secundum ꝙ proponitur. addito communi triangulo F O D ad quadrangulum F D E A, & ad triangulum sibi ęqualem F D K, erit pẽtagonus F O D E A ęqualis triãgulo F O K. Consimiliter addito triãgulo F C G cõi ad

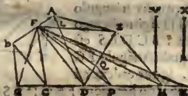


duos æquales triangulos F B C, & F G C; erit quadrangulus F B C O æqualis triangulo F G O. igitur eadẽ est proportio quadranguli F B C O ad pẽtagonum F O D E A, sicut trianguli F G O ad triangulum F O K: igitur & sicut G O ad O K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Quarto cadat diuisio in puncto D, ita ꝙ eadem sit proportio G D ad D K, sicut V ad X. dico igitur quòd linea F D diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Addito enim triangulo F C D communi ad æquales trian-

triangulos F B C, & F G C, patet probatio.

Quinto cadat diuisio inter D & H in puncto P; ita q̃ eadem sit proportio G P ad P K, sicut V ad X. tunc diuidã lineam D E in puncto Q, per lineam P Q equidistantem lineç E H. erit igitur eadem proportio D Q ad Q E, sicut D P ad P H. protracta igitur linea F Q, dico quòd illa diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. totus enim quadrangulus F D E A est æqualis toti triangulo F D K. sed & triangulus F D Q est ęqualis triangulo F D P. igitur quadrangulus F Q E A residuus æqualis est triangulo F P K residuo. Quadrangulus etiam F B C D æqualis est triangulo F G D. addito igitur triangulo F D Q ad quadrangulum F B C D, & triangulo F D P ęquali triangulo F D Q, addito ad triangulum F G D; patet quòd pentagonus F B C D Q ęqualis est triangulo F G P. eadem igitur est proportio pentagoni F B C D Q ad quadrangulum F Q E A, sicut trianguli F G P ad triangulum F P K: & per consequens sicut proportio V ad X. quod fuit propositum.

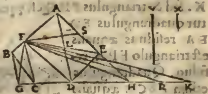


Sexto cadat diuisio in pũcto H, dico igitur quòd linea F E diuidit pentagonum secundum q̃ proponitur. Quia enim quadrangulus F B C D est ęqualis triãgulo F G D, & vt supradictum est, triangulus A F E æqualis est triangulo F H K, atque triangulus F D E ęqualis triangulo E D H. igitur pentagonus F B C D E ęqualis est triangulo F G H. igitur eadem est proportio pẽtagoni F B C D E ad triangulum F A E, sicut trianguli F G H ad triangulum F H K. igitur & sicut G H ad H K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Septimo cadat diuisio inter H & K in puncto R: ita q̃

eadem

eadem sit proportio G R ad R K, sicut V ad X: tunc diuidam lineam E A in puncto S, ita quòd eadem sit proportio E S ad S A, sicut H R ad R K. dico igitur quòd linea F S diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim triãgulus A F E est æqualis triangulo F H K: & proportio E S ad S A est sicut proportio H R ad R K, erit triãgulus F E S æqualis triangulo F H R, & etiam triangulus F S A ęqualis triãgulo F R K. Sed & pentagonus F B C D E est ęqualis triangulo F G H. igitur hexagonus F B C D E S est æqualis triãgulo F G R. igitur eadem est proportio hexagoni F B C D E S ad triangulum F S A, sicut trianguli F G R ad triangulum F R K, igitur & sicut lineę G R ad lineam R K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

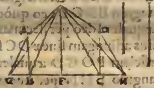


PROPOSITIO. XIX. PROBLEMA. XIX.

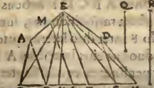
Pentagonum duorum æquidistantium laterũ per lineam æquidistantẽ æquidistantibus eius lateribus secundũ proportionẽ datã diuidere.

Verbi gratia pentagonũ A B C D E: volo diuidere secũdum proportionem Q ad R per lineam æquidistantem lateri eius A B; quod quidem latus, aut ęquidistat lateri C D, aut lateri D E: ęquidistet igitur primò lateri C D, tunc protraham lineam E F ęquidistantem lateri A B: & producam lineas E B & E C: deinde protraham lineam A G ęquidistantem lineę E B, & lineam D H ęquidistantem lineæ

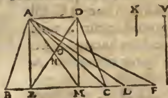
tem lineę E C, quousque concurrant cum linea B C, vlterius ex vtraque parte protracta in punctis G & H: deinde diuidam lineam G H secundum proportionem Q ad R: & primo cadat diuisio in puncto F. dico igitur quòd linea E F diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. *Probatio*. Quia enim linea A G æquidistat lineæ E B, protracta linea E G, erit triangulus E A B æqualis triangulo E G B. addito igitur triangulo E B F communi, erit triangulus E G F æqualis quadrangulo E A B F. Item quia D H linea æquidistat lineæ E C, protracta linea E H, erit triangulus E D C æqualis triangulo E H C. addito igitur triangulo E F C communi, erit triangulus E F H. æqualis quadrangulo E F C D. & prius fuit triangulus E G F æqualis quadrangulo A B F E. igitur eadem est proportio quadranguli A B F E ad quadrangulum E F C D, sicut trianguli E G F ad triangulum E F H. igitur & sicut lineæ G F. ad F H: & per consequens sicut Q ad R. quod fuit propositum.



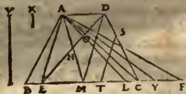
Secundo cadat diuisio inter G & F in puncto K, vt sit proportio G K ad K H, sicut Q ad R: tunc protraham lineam E K. quia igitur triangulus E G K est minor triangulo E G F. & triangulus E G F æqualis est quadrãgulo A B F E: erit triangulus E G K minor quadrãgulo A B F E. adiungam igitur lineæ A B, per decimam huius, superficiem A B L M æqualem triangulo E G K per lineam L M æquidistantem lineæ A B. Dico igitur quòd linea L M di-



& triangulus A E L est æqualis quadrangulo A E M D. igitur triangulus A L F residuus est ęqualis triangulo D M C residuo. Similiter quia quadrãgulus A E M D est ęqualis triangulo A E L, posito triangulo A B E cõmuni, erit quadrangulus A B M D æqualis triangulo A B L. eadẽ igitur est proportio quadranguli A B M D ad triangulum D M C, sicut trianguli A B L ad triangulum A L F: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.



Quinto cadat diuisio inter L & F in pũcto Y, ita quòd eadem sit proportio B Y ad Y F, sicut V ad X: & protraham lineam A Y. quia igitur triangulus D M C ęqualis est triangulo A L F; & triangulus A L F maior est triangulo A Y F; erit triangulus D M C maior triangulo A Y F. igitur ex triangulo D M C separabo per tertiam huius triangulum S T C sibi similem & æqualem triangulo A Y F per lineam S T ęquidistantem lineę D M. Dico igitur quòd linea S T diuidit quadrangulum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus D M C est ęqualis triangulo A L F; & etiam triangulus S T C est ęqualis triangulo A Y F, erit quadrangulus D M T S residuus ęqualis triangulo A L Y residuo. Cum igitur quadrangulus A B M D sit æqualis triangulo A B L; erit pẽtagonus A B T S D æqualis triangulo A B Y. eadem igitur est proportio pentagoni A B T S D ad triangulum S T C, sicut trianguli A B Y



ad

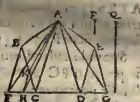
ad triangulum A Y F. igitur & sicut B Y ad Y F: & per cõsequẽs sicut V ad X: & hoc est quod voluimus demõstrare.

Et est notandum quòd sicut diuiditur quadrangulus per lineam æquidistantem lineæ ductæ ab Angulo eius, quæ nec æquidistet eius lateribus, nec eius diametris: ita potest diuidi per lineam æquidistantem lineę non ductę ab angulo assignato, vt protrahendo lineam ab aliquo angulo quadranguli cadentem intra quadrangulum, & ęquidistantem lineæ assignatæ: & tunc operabimur, sicut iam docuimus.

PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVII.

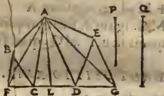
Pentagonum quemlibet notum per lineam à quolibet angulo eius ductam secundùm proportionem datam diuidere.

Verbi gratia pentagonum A B C D E volo diuidere secundum proportionem P ad Q per lineam ductam ab angulo eius A. Protraham duas lineas A C, A D: & ab angulo B protraham lineam B F ęquidistantem lineæ A C, donec cõcurrat cum linea D C, vlterius protracta in puncto F. similiter ab angulo E protraham lineam E G ęquidistantem lineę A D, donec concurrat cum linea C D vlterius protractá in puncto G. tunc protractis lineis AF, A G, erit triangulus A F G ęqualis pẽtagono AB CDE: propter hoc quòd triãgulus A B C est æqualis triangulo A F C; & triangulus A E D est ęqualis triangulo A G D, addito A C D communi vtrisque, patet quod diximus. Diuidam igitur lineam F G secundum proportionem P ad Q: & cadat



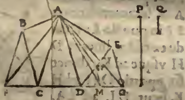
cut P ad Q. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio in puncto L inter C & D: ita quod sit proportio F L ad L G, sicut P ad Q. Protraham igitur lineam A L, quam dico diuidere pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus A B C est æqualis triangulo A F C, posito A C L communi, erit quadrangulus A B C L æqualis triangulo A F L. Similiter posito triãgulo A L D cum vtrisque triangulis A E D, A G D; erit quadrangulus A L D E æqualis triangulo A L G. igitur eadem est proportio quadranguli A B C L ad quadrangulum A L D E, sicut trianguli A F L ad triangulum A L G. igitur sicut F L ad L G; & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

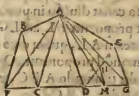


Quarto cadat diuisio in puncto D. tunc dico quòd linea A D diuidit pentagonum secundum quòd proponitur: & patet probatio, sicut patuit, quando cecidit diuisio in puncto C.

Quinto cadat diuisio inter D & G in puncto M; ita quòd eadem sit proportio F M ad M G, sicut P ad Q. tunc erigam lineam M N æquidistãter lineæ G E, quousque tetigerit lineam D E in puncto N: & protraham lineã A N, quam dico diuidere pentagonum secũdum quòd proponitur. protracta enim linea A M, arguitur vt prius in primo casu, quòd triangulus A E N est æqualis triangulo



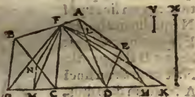
AGM: & quòd pentagonus ABCDN est æqualis triangulo AFM. igitur eadẽ est proportio pẽtagoni ABCDN ad triangulum ANE, sicut trianguli AFM ad triangulum AMG. igitur & sicut proportio FM ad MG: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



PROPOSITIO XVII. PROBLEMA XVIII.

Per lineã ductam à puncto in latere noti pentagoni assignato dictum pentagonum secundum proportionem notam diuidere.

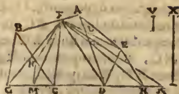
Verbi gratia pentagonum ABCDE volo diuidere secundum proportionem V ad X, per lineã ductam à puncto F assignato in latere eius AB. protraham enim lineas FC, FD, FE: & protraham lineam BG æquidistanter lineæ FC, & lineam EH æquidistanter lineæ FD, donec concurrant cum linea CD vlterius ex vtraque parte protracta, in punctis G & H. & protraham lineã AD secantem lineam FE in puncto L: Deinde extẽdam lineam DH vsque ad K, donec sit proportio DH ad HK, sicut DL ad LA. hoc autem fiet, imaginando lineam AK protrahi æquidistanter lineæ LH. tunc protraham lineas FG, FH, FK. Diuidam igitur lineam GK secundum proportionem V ad X



ad X: & cadat diuisio primo inter G & C in puncto M: ita quòd eadem sit proportio G M ad M K, sicut V ad X. Deinde diuidam lineam B C in puncto N per lineam M N æquidistantem lineæ B G; eritque proportio B N ad N C, sicut proportio G M ad M C. tunc protracta linea F N, dico quòd illa diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. *Probatio*. Nam proportio trianguli F D E ad triangulum F A E est sicut proportio D L ad L A. igitur & sicut proportio D H ad H K, quę est sicut proportio trianguli D F H ad triangulum H F K. igitur proportio trianguli F D E ad triangulum F A E est sicut proportio trianguli D F H ad triangulum H F K. igitur permutatim proportio trianguli D F E ad triangulum D F H est sicut proportio trianguli F A E ad triangulum F H K. sed trianguli D E H, & D F E sunt ęquales, propter ęquidistantiam linearum F D, & E H. igitur trianguli F A E, & F H K sunt æquales. Quadrangulus igitur F D E A æqualis est triangulo F D K. addito igitur F C D communi, erit pentagonus E C D E A ęqualis triangulo F C K. *Hoc memoriæ commendemus*. Ex alia parte protraham lineam F M. Quia igitur triangulus F B C est ęqualis triangulo F G C: & eadem est proportio B N ad N C, sicut G M ad M C: erit triangulus F B N ęqualis triangulo F G M: & triangulus F N C æqualis triangulo F M C. Congregando igitur, patet quod hexagonus F N C D E A est æqualis triangulo M F K: & trianguli F B N, & F G M sunt ęquales. igitur eadem est proportio trianguli F B N ad hexagonum F N C D E A, sicut trianguli F G M ad triangulum F M K. igitur & sicut lineę G M ad lineam M K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

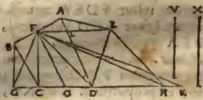
Secundo cadat diuisio in puncto C; ita quòd eadem sit proportio G C ad C K, sicut V ad X. dico igitur quòd

linea F C diuidit pentagonum secũdum ꝙ ꝓponitur: Iam enim ostensum fuit, ꝙ pentagonus F C D E A est ęqualis triãgulo F C K, & ꝙ etiam triangulus F B C ęqualis est



triangulo F G C. igitur eadẽ est proportio trianguli F B C ad pentagonum F C D E A, sicut trianguli F G C ad triãgulum F C K. igitur & sicut lineę G C ad C K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter C & D in puncto O: ita ꝙ eadem sit proportio G O ad O K, sicut V ad X. dico igitur quod linea F O diuidit pentagonum secundum ꝙ proponitur. addito communi triangulo F O D ad quadrangulum F D E A, & ad triangulum sibi ęqualem F D K, erit pẽtagonus F O D E A ęqualis triãgulo F O K. Consimiliter addito triãgulo F C G cõi ad

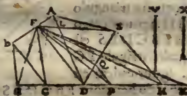


duos æquales triangulos F B C, & F G C; erit quadrangulus F B C O æqualis triangulo F G O. igitur eadẽ est proportio quadranguli F B C O ad pẽtagonum F O D E A, sicut trianguli F G O ad triangulum F O K: igitur & sicut G O ad O K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Quarto cadat diuisio in puncto D, ita ꝙ eadem sit proportio G D ad D K, sicut V ad X. dico igitur quòd linea F D diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Addito enim triangulo F C D communi ad æquales trian-

triangulos F B C, & F G C, patet probatio.

Quinto cadat diuisio inter D & H in puncto P; ita q̄ eadem sit proportio G P ad P K, sicut V ad X. nunc diuidā lineam D E in puncto Q, per lineam P Q ęquidistantem lineę E H. erit igitur eadem proportio D Q ad Q E, sicut D P ad P H. protracta igitur linea F Q. dico quòd illa diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. totus enim quadrangulus F D E A est ęqualis toti triangulo F D K. sed & triangulus F D Q est ęqualis triangulo F D P. igitur quadrangulus F Q E A residuus ęqualis est triangulo F P K residuo. Quadrangulus etiam F B C D ęqualis est triangulo F G D. addito igitur triangulo F D Q ad quadrangulum F B C D, & triangulo F D P ęquali triangulo F D Q, addito ad triangulum F G D; patet quòd pentagonus F B C D Q ęqualis est triangulo F G P. eadem igitur est proportio pentagoni F B C D Q ad quadrangulum F Q E A, sicut trianguli F G P ad triangulum F P K: & per consequens sicut proportio V ad X. quod fuit propositum.



Sexto cadat diuisio in pūcto H, dico igitur quòd linea F E diuidit pentagonum secundum q̄ proponitur. Quia enim quadrangulus F B C D est ęqualis triāgulo F G D, & vt supradictum est, triangulus A F E ęqualis est triangulo F H K, atque triangulus F D E ęqualis triangulo E D H. igitur pentagonus F B C D E ęqualis est triangulo F G H. igitur eadem est proportio pētagoni F B C D E ad triangulum F A E, sicut trianguli F G H ad triangulum F H K. igitur & sicut G H ad H K: & per consequens sicut V ad X. quod fuit propositum.

Septimo cadat diuisio inter H & K in puncto R: ita q̄

eadem

tem lineę E C, quousque concurrant cum linea B C, vlterius ex vtraque parte protracta in punctis G & H: deinde diuidam lineam G H secundum proportionem Q ad R: & primo cadat diuisio in puncto F. dico igitur quòd linea E F diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. *Probatio.* Quia enim linea A G æquidistat lineæ E B, protracta linea E G, erit triangulus E A B æqualis triangulo E G B. addito igitur triangulo E B F communi, erit triangulus E G F ęqualis quadrangulo E A B F. Itē quia D H linea æquidistat lineæ E C, protracta linea E H, erit triangulus E D C æqualis triangulo E H C. addito igitur triangulo E F C cōmuni, erit triangulus E F H ęqualis quadrangulo E F C D. & prius fuit triangulus E G F æqualis quadrangulo A B F E. igitur eadem est proportio quadranguli A B F E ad quadrangulum E F C D, sicut trianguli E G F ad triangulum E F H. igitur & sicut lineæ G F ad F H: & per consequens sicut Q ad R. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter G & F in puncto K, vt sit proportio G K ad K H, sicut Q ad R: tunc protraham lineam E K. quia igitur triangulus E G K est minor triangulo E G F. & triangulus E G F ęqualis est quadrāgulo A B F E: erit triangulus E G K minor quadrāgulo A B F E. adiungam igitur lineæ A B, per decimam huius, superficiem A B L M ęqualem triangulo E G K per lineam L M æquidistantem lineæ A B. Dico igitur quòd linea L M di-

uidit Pentagonum secundum quòd proponitur. Nam triã gulus E G K est ęqualis quadrangulo A B L M; & totus triangulus E G H est æqualis toti Pentagono A B C D E. igitur triangulus E K H residuus est ęqualis Pentagono M L C D E residuo: igitur eadem est proportio quadranguli A B L M ad pẽtagonum M L C D E sicut trianguli E G K ad triangulum E H K: & per consequens sicut Q ad R. quod fuit propositum.

Tertio cadat diuisio inter F & H in puncto N: & protrahatur linea E N. erit igitur triãgulus E H N minor quadrangulo E F C D: eo quòd est minor triangulo E H F sibi æquali: Ideo per decimam huius adiungam lineæ D C superficiem P O C D æqualem triangulo E H N per lineam O P æquidistantem lineę C D. dico igitur quòd linea O P diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim quadrãgulus P O C D est æqualis triangulo E N H: & totus triangulus E G H ęqualis est toti pentagono A B C D E; erit pentagonus A B O P E residuus ęqualis triangulo E G N residuo. igitur eadem est proportio pentagoni A B O P E ad quadrãgulum P O C D, sicut trianguli E G N ad triangulum E N H: & per consequens sicut Q ad R. quod fuit propositum. Consimiliter autem sicut diuiditur pentagonus A B C D E habens duo latera A B, C D ęquidistã tia, facta ratiocinatione, super lineam B C oppositam angulo E inter duo latera ęquidistantia intercepto: Ita positis duobus eius lateribus A B, D E ęquidistãtibus, diuidetur per lineam æquidistantem lineę A B, facta ratiocinatione super latus eius E A oppositũ angulo eius C, inter duo eius latera A B D E, æquidistantia intercepto: Et patet propositum vtróbique.

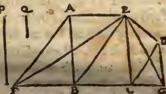


PRO-

PROPOSITIO. XX. PROBLEMA XX.

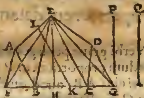
Pentagonum, cuius vnum laterum eius vni eius diametro æquidistat, per lineam æquidistantem illi lateri, & illi diametro secundum proportionem datam diuidere.

Verbi gratia pentagonum A B C D E volo diuidere secundum proportionem P ad Q, per lineam ęquidistantē lateri eius A B; quod quidem latus ęquidistat diametro eius C E. Protraham enim lineam E B. Et producam lineam A F æquidistantem lineę E B: & lineam D G ęquidistantem lineę E C: donec concurrant cum linea B C, protracta ex vtraque parte vlterius ad puncta F & G: deinde protractis lineis E F & E G, erit triangulus E F G ęqualis pentagono A B C D E proposito: Vt patet per modum arguendi in pręmissa. Diuidam igitur lineam F G secundum proportionem P ad Q. Cadat igitur diuisio vel in C, vel ante C, vel post C. Et primo cadat in puncto C: ita q. eadem sit proportio F C ad C G, sicut P ad Q. Dico igitur quòd linea E C diuidit pentagonum secundum quòd proponitur.

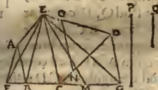


Quadrangulus enim A B C E est ęqualis triangulo E F C; propter hoc quòd triangulus E C D residuus est ęqualis triangulo E C G residuo; & totus pentagonus ęqualis toti triangulo. igitur eadem est proportio quadranguli A B C E ad triangulum E C D, sicut trianguli E F C ad triangulum E C G. igitur & sicut F C ad C G: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio inter F & G in puncto H; ita q; sit proportio F H ad H G, sicut P ad Q. Quia igitur quadrangulus A B C E equalis est triangulo E F C, & triangulus E F H minor est triangulo E F C; erit triangulus E F H minor quadrangulo A B C E. adiungam igitur lineę A B per decimam huius quadrangulum A B K L æqualem triangulo E F H per lineam K L æquidistantem lineę A B. Illam igitur lineā K L dico diuidere pentagonum secundum quod proponitur. Quia enim ille totus pentagonus est æqualis toti triangulo E F G: & quadrangulus A B K L æqualis est triangulo E F H; erit pentagonus L K C D E residuus æqualis triangulo E H G residuo; eadem igitur est proportio quadranguli A B K L ad pentagonum L K C D E, sicut trianguli E F H ad triangulum E H G. igitur & sicut F H ad H G; & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.



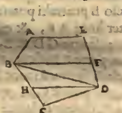
Tertio cadat diuisio inter C & G in puncto M; ita quòd eadem sit proportio F M ad M G, sicut P ad Q. quia igitur triangulus E D C est ęqualis triangulo E G C: & triangulus E M C minor est triāgulo E G C; erit propter hoc triangulus E M C minor triangulo E D C. Adiungam igitur lineę E C quadrangulum E C N O ęqualem triangulo E M C per lineam N O æquidistantem lineę E C secundum doctrinā decimę huius: vel quod idem est, separabo per tertiam huius triāgulum D O N a triangulo D E C sibi similem, & æqualem triangulo E G M



lo E G M. Dico igitur quòd linea N O diuidit pentagonũ secundum quòd proponitur. Quia enim totus pentagonus A B C D E est ęqualis toti triangulo E F G: & triangulus O N D æqualis est triangulo B M G, erit hexagonus A B C N O E residuus ęqualis triangulo E F M residuo. eadem igitur est proportio hexagoni A B C N O E ad triãgulum O N D, sicut trianguli E F M ad triangulum E M G. igitur & sicut F M ad M G: & per consequens sicut P ad Q. quod fuit propositum.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA I.

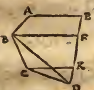
Quocunque latere pentagoni assignato, quod nec alicui eius lateri, nec alicui eius diametro æquidistet, protrahi possunt intra pentagonum ab aliquibus duobus trium angulorum dicto lateri nullatenus coniunctorum duæ lineæ æquidistantes illi lateri prætaxato.



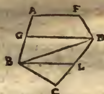
Verbi gratia esto quòd in pentagono A B C D E latus eius A E neque sit æquidistans alicui lateri eius, neq; eius diametro B D. tunc dico, quod ab aliquibus duobus trium angulorum B C D protrahi possunt duæ lineę intra pentagonum, quarum vtraque sit æquidistans lateri A E. Ex quo enim A E, & B D non sunt ęquidistantes, illę vlterius protractæ aut cócurrerent ex parte A B, aut ex parte E D. si ex parte A B; tunc linea B F protracta a puncto B æquidistanter lineę A E necessario caderet super latus E D, sicut in vtraque superiorum figurarum: Si autem concurrerent ex parte E D, tunc linea D G à puncto D protra-

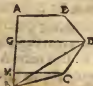
cta æquidistanter lineæ A E necessario cadet super latus A B; sicut in vtraque inferiorum figurarum.

Item si A E, & B D concurrerent ex parte A B, sicut in vtraque superiorum figurarum; tunc linea B F, ex quo non est equidistans lineę C D, aut concurrent cum ea ex parte F D, aut ex parte B C; si ex parte F D, sicut in prima superiorum; tunc a puncto D protrahi potest D H æquidistanter lineę A B, cadens in latere B C. Si vero concurrerent B F & C D ex parte B C, sicut in secunda superiorum; tunc a puncto C protrahi potest C K ęquidistanter lineę A E, cadens in latere E D. habemus igitur B F & D H ęquidistantes lineę A E in prima figurarum superiorũ. Et habemus B F & C K ęquidistantes eidem lineę in secunda figurarũ superiorũ.



Si autem A E, B D concurrerent ex parte E D, sicut in vtraque inferiorũ figurarũ; tunc linea D G, ex quo non est ęquidistans lineę B C, aut concurret cum ea ex parte G B, aut ex parte D C. Si ex parte G B, sicut in prima inferiorũ figurarũ, tunc à puncto B protrahi potest B L ęquidistanter lineę A E, & cadet in latere C D: si vero G D & B C concurrent ex parte C D, sicut in secunda inferiorũ figurarũ; tunc à puncto C protrahi potest C M ęquidistanter lineę A E, cadens in latere A B. habemus igitur D G & B L in prima figurarum inferiorũ: & D G, & C M in secũda figurarũ inferiorũ æquidistãtes lineę A E, & cadentes intra pẽtagonũ. patet igitur totũ, qđ ostendere volebamus.



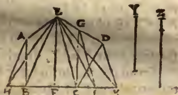


PRO-

PROPOSITIO XXII. PROBLEMA XXI.

Pentagonum per lineam æquidiſtantem vni eius lateri aſſignato, quod quidem latus nullo eius alteri lateri, nec alicui eius diametro ſit æquidiſtãs, ſecundũ proportionẽ datã diuidere.

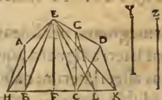
Sit pentagoni A B C D E latus A B, neque æquidiſtans diametro E C, neque alteri laterum E D, C D. Illum igitur volo diuidere ſecũdum proportionem Y ad Z per lineam æquidiſtantem lateri eius A B. A duobus enim trium angulorum eius C D E protraham duas lineas intra pẽtagonum ęquidiſtantes lateri eius A B. Aut igitur illæ duę lineę deſcendentes ſic ab angulis cadent ſuper idem latus, vel ſuper latera oppoſita. Cadant igitur primo ſuper latera oppoſita: & ſint E F, C G, ita quòd F ſit in latere B C: & punctus G ſit in latere E D. Ratiocinabor autem ſuper latus, in quod cadit parallelus propinquior lineę A B, videlicet ſuper latus B C. protraham igitur lineas E B & E C deinde protraham lineã A H æquidiſtanter lineę E B; & lineã D K ęquidiſtãter lineę E C, donec cõcurrant cum linea B C vlterius ex vtraque parte protracta in pũctis H & K: & protrahã lineas E H & E K. quia igitur triangulus E A B eſt ęqualis triangulo E H B: & triãgulus E D C ęqualis eſt triãgulo E K C, addito triangulo E B C communi, erit pentagonus A B C D E ęqualis triangulo E H K, *Quod eſt memoriæ commendandum.* Protraham etiam lineam G L ęquidiſtanter lineę E C: & producam lineam E L: tunc diuidam lineam H K ſecundum proportionem Y ad



Z, Aut

uel inter F. et. L.

Z. Aut igitur cadet diuisio in pũcto F, vel in pũcto L, siue inter H & F, vel inter L & K. Cadat igitur primo in puncto F; ita quòd eadẽ sit proportio H F ad F K, sicut Y ad Z. dico igitur quòd linea E F



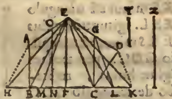
diuidit pentagonum secundum quòd proponitur, Quadrangulus enim E A B F æqualis est triangulo E H F, & Quadrangulus E D C F ęqualis est triangulo E K F. igitur eadem est proportio quadranguli E A B F ad quadrangulum E D C F, sicut trianguli E H F ad triangulum E K F. igitur & sicut H F ad F K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio in puncto L. dico igitur quòd linea C G diuidit pentagonum prout proponitur, Quia enim lineę E C, & G L sunt ęquidistantes, erunt trianguli E G C, & E L C ęquales. Sed totales trianguli E D C & E K C sunt æquales. igitur & triangulus G C D ęqualis est triangulo E L K. Quadrangulus etiam A B C E æqualis est triangulo E H C. igitur pentagonus A B C G E ęqualis est triangulo E H L. eadem igitur est proportio pentagoni A B C G E ad triangulum G C D, sicut trianguli E H L ad ad triangulum E L K. igitur sicut H L ad L K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

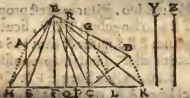
Tertio cadat diuisio inter H & F in puncto M: & protrahatur linea E M. Quia igitur triangulus E H F est æqualis quadrangulo E A B F: & triangulus E H M minor est triangulo E H F: erit propter hoc triangulus E H M minor quadrangulo E A B F. adiungam igitur, per decimam huius, lineæ A B superficiem A B N O, ęqualem triangulo E H M, per lineam N O ęquidistantem lineę A B. dico igitur lineam N O diuidere pentagonum secũdum quòd

pro-

proponitur. Pentagonus enim A B C D E æqualis est triangulo E H K: & Quadrangulus A B N O æqualis est triangulo E H M. igitur pentagonus O N C D E residuus æqualis est triangulo E M K residuo. igitur eadem est proportio quadranguli A B N O ad pentagonum O N C D E, sicut trianguli E H M ad triangulum E M K. igitur & sicut H M ad M K; & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

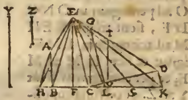


Quarto cadat diuisio inter F & L in puncto P: & protrahatur linea E P. quia igitur triangulus E F L æqualis est quadrangulo E F C G: & triangulus E F P minor est triãgulo E F L; erit triangulus E F P minor quadrangulo E F C G. adiungam igitur lineæ E F, per decimam huius, quadrangulum E F Q R æqualem triangulo E F P, per lineam Q R æquidistantem lineæ E F. dico igitur quòd linea Q R diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. est enim triangulus E H P æqualis pentagono A B Q R E: & totus pentagonus A B C D E æqualis est toti triãgulo E H K. igitur quadrangulus R Q C D residuus æqualis est triangulo E P K. igitur eadem est proportio pentagoni A B Q R E ad quadrãgulum R Q C D, sicut trianguli E H P ad triangulum E P K. igitur sicut H P ad P K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.



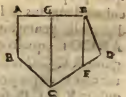
Quinto cadat diuisio inter L & K in puncto S. Quia

igitur propter ęquidistantiam linearum E C & G L, trianguli E G C, & E L C sunt æquales: atque totales trianguli E D C & E K C etiam ęquales; erunt propter hoc trianguli G D C, E K L residui ęquales. Sed protracta linea E S, triangulus E K S minor est triangulo E K L. igitur triangulus E K S minor est triangulo G D C. per tertiam igitur huius, resecabo de triangulo G D C triangulum T D V sibi



similem, & ęqualem triangulo E K S, per lineam T V æquidistantem lineæ G C. Dico igitur quòd linea T V diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Totus enim pentagonus A B C D E æqualis est toti triangulo E H K, & triangulus T D V æqualis triangulo E K S. igitur hexagonus A B C V T E residuus ęqualis est triangulo E H S residuo. igitur eadē est proportio hexagoni A B C V T E ad triangulum T D V, sicut trianguli E H S ad triangulum E K S. igitur & sicut H S ad S K: & per consequēs sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

Si autem duæ lineæ E F & C G, quę sunt æquidistantes lineæ A B, ceciderint sic, quòd linea E F ceciderit super latus C D: & linea C G super latus A E; tunc erigemus angulum C; & ratiocinabimur super lineam A E, sicut fecimus super lineam B C; & deueniemus ad nostrum propositum, sicut prius. Si autem duæ lineæ, quæ protractæ sunt ęquidistanter lineæ A B, cadāt

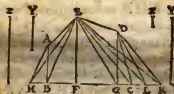


super vnū & idē latus, tunc ratiocinabimur super illud latus. Vt verbi gratia, sit q in pentagono A B C D E duæ li

neę

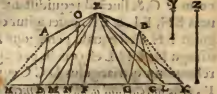
neæ E F, & D G protractę ęquidistanter lineæ A B cadant super latus B C: tunc protraham A H ęquidistantẽ lineę E B; & lineã D K ęquidistantẽ lineę E C; protrahã etiã lineam E G, & lineã sibi ęquidistantẽ D L: & producam lineas E H, E L, & E K. patet igitur ex præmissis, ꝙ triangulus E H K est ęqualis pentagono A B C D E, & quod triangulus E H L est ęqualis pentagono A B G D E, & ita relinquitur ꝙ triangulus D G C ęqualis est triangulo E L K. *Hæc autem sunt memoriæ cõmendanda.* Diuidã igitur lineã H K secundũ proportionẽ Y ad Z: & cadet diuisio vel in F, vel in L, vel inter illa, aut inter illa, & extrema. Cadat igitur primo diuisio in puncto F, ita ꝙ sit proportio H F ad F K, sicut Y ad Z. dico igitur ꝙ linea E F diuidit pẽtagonũ secundũ ꝙ proponitur. Nam quadrãgulus A B F E est ęqualis triangulo E H F, & quadrangulus E F C D est ęqualis triangulo E F K. igitur eadẽ est proportio quadrãguli A B F E ad quadrangulum E F C D, sicut trianguli E H F ad triangulum E F K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.

Secundo cadat diuisio in pũcto L. Dico igitur ꝙ linea D G diuidit pentagonũ secundũ ꝙ proponitur. Quia. n. triangulus E G D est ęqualis triãgulo E G L: & quadrãgulus A B G E ęqualis triãgulo E H G; erit pẽtagonus A B G D E ęqualis triãgulo E H L, sed & triãgulus D G C ęqualis est triãgulo E L K. igitur eadẽ est ꝓportio pẽtagoni A B G D E ad triãgulũ D G C, sicut triãguli E H L ad triãgulũ E L K. igitur & sicut H L ad L K: & p consequens sicut Y ad Z. qđ fuit ꝓpositũ.



Tertio cadat diuisio in pũcto M inter H & F, ꝓtracta linea E M, fiat quadrãgulus A B N O p decimã huius ęqualis

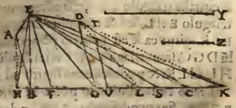
triangulo E H M, per lineam N O ęquidistantē lineę A B. patet igitur, sicut & supra, ꝙ proportio quadranguli A B N O ad pentagonum O N C D E est sicut proportio trianguli E H M ad triāgulum E M K: & per consequens sicut Y ad Z: linea igitur O N diuidit pentagonum secundum quod proponitur.



Quarto cadat diuisio inter F & L in pūcto P; tūc protracta linea E P, fiat quadrāgulus E F Q R per decimam huius æqualis triangulo E F P. pentagonus igitur A B Q R E est æqualis triangulo E H P. eadem igitur est proportio pentagoni A B Q R E ad quadrangulum R Q C D, sicut trianguli E H P ad triangulum E P K. igitur & sicut H P ad P K: & per consequens sicut Y ad Z. quod fuit propositum.



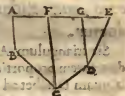
Quinto cadat diuisio in pūcto S inter L & K. ita quod eadem sit proportio H S ad S K, sicut Y ad Z, Quia igitur, vt superius dictum est, triangulus D G C æqualis est triāgulo E L K; erit triāgulus E S K minor triangulo D G C, secabo



igitur,

igitur, per tertiam huius, ex triangulo D G C triangulũ T V C sibi similem, & æqualem triangulo E S K, per lineam T V. ęquidistantem lineæ D G. dico igitur quòd linea T V diuidit pentagonum secundum quòd proponitur. Quia enim triangulus T V C ęqualis est triangulo E S K; & totus pentagonus A B C D E ęqualis toti triangulo E H K; erit propter hoc hexagonus A B V T D E æqualis toti triangulo E H S. eadem igitur est proportio hexagoni A B V T D E ad triangulum T V C, sicut trianguli E H S ad triangulum E S K: & per consequens sicut X ad Z. quod fuit propositum.

Si autem duę lineę, quę protractę fuerint ęquidistanter lineę A B, cadant super latus A E, secundum quòd cadunt lineę C F, D G: tunc erigemus angulum C; & ratiocinabimur super lineam A E, sicut fecimus super lineam B C: & deueniemus ad nostrum propositum, sicut prius. patet igitur quod voluimus demonstrare.



FINIS.

FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

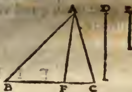
DE SVPERFICIERVM DIVISIONE LIBELLVS.

PROBLEMA. I.

A puncto in ambitu rectilineæ figuræ, siue in angulo, siue in latere quolibet sumpto, rectam lineam ducere, quæ ipsam diuidat in partes datam habentes proportionem.

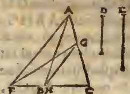
Figuram autem rectilineam nunc intelligo eam, quæ totidem lateribus, quot angulis continetur.

Sit triangulum A B C; data autem proportio sit illa, quam D habet ad E: & primum oporteat a puncto A ducere rectam lineã, quæ triangulum diuidat in proportionem D ad E. Secetur B C in puncto F ex x. sexti

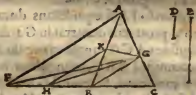


elementorum, ita vt sit B F ad F C, sicut D ad E; & iungatur A F. Dico iam factum esse, quod proponebatur. est enim ex prima sexti triangulum A B F ad triangulum A F C, sicut B F ad F C, hoc est sicut D ad E.

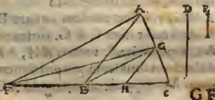
Sumatur deinde in latere A C eiusdem triãguli punctũ G, a quo ducere oporteat rectã lineã diuidentẽ triãgulum in datam proportionem D ad E. Iungatur G B; atq; a puncto A ad rectã lineã C B protractã ducatur A F ipsi G B æquidistans: & iuncta G F, secetur F C in H, ita vt F H ad H C ean-



H C eãdẽ ꝓportionẽ habeat, quã D ad E. Vel igitur punctũ H cadit in B, vel inter F & B, vel inter B & C. Et si quidem cadit in B recta linea G B problema efficiet: triangulum enim G F B ad triangulum G B C est vt F B ad B C, hoc est vt D ad E. Sed triangulum A B G est æquale triangulo G F B, quòd sint in eadẽ basi, & eisdẽ parallelis. ergo triangulũ A B G ad triangulum G B C eandem proportionẽ habet, quã triangulum G F B ad ipsum G B C, hoc est eandẽ quã D ad E. Si autẽ H cadit inter F & B, ducatur recta linea H K ipsi G B ęquidistans, q̃ secet A B in K, & G H, G K iungãtur.



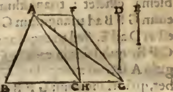
Dico G K diuidere triangulum, vt oportebat. Rursus enim triangulũ A B G est ęquale triangulo G F B: & addito vtrique communi G B C, erit triangulũ A B C triangulo G F C æquale, sed & triangulũ G K B est ęquale triangulo G H B. quare & reliquũ ęquale reliquo, videlicet triangulũ A K G triangulo G F H: ac propterea quadrilaterum G K B C æquale triangulo G H C. triangulũ igitur A K G ad quadrilaterũ G K B C est vt G F H triangulum ad triangulũ G H C, hoc est vt D ad E. Quod si H cadit inter B & C, ducatur G H, quę itidẽ problema efficiet. nã cũ triãgula G F B A B G ęqualia sint, addito vtriq; communi triangulo G B H, erit triãgulũ G F H quadrilatero A B H G ęquale. ergo vt triãgulum



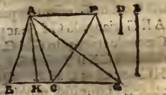
GF

G F H ad triangulum G H C, videlicet vt D ad E, ita est quadrilaterum A B H G ad triangulum G H C. Si vero pũctum in alio angulo, vel alio latere sumatur, ad propositũ concludendum eadem ratione vtemur.

Sit quadrilaterum, siue quadrangulum A B C F, & oporteat ipsum diuidere per rectam lineam ab angulo A ductam, ita vt partes inter se eãdem proportionem habeant, quã D ad E. Iungatur A C, atque à puncto F ipsi æquidistans ducatur F G, quę rectę lineæ B C protractæ occurrat in G: & iungatur A G. erit triangulum A C G ęquale triangulo A C F: & addito vtrique communi A B C, triangulum A B G quadrilatero A B C F ęquale erit. Secetur B G in H, sitq; B H ad H G, vt D ad E, & siquidem punctum H cadit in C, factum iam erit, quod proponebatur. triangulum enim A B C ad triangulum A C F eandem habebit proportionem, quam ad triangulum A C G. hoc est eandem, quam D ad E.

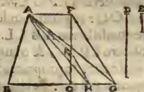


Si vero H cadit inter B & C, ducta A H problema efficiet. nam quadrilaterum A H C F æquale est triangulo A H G. quare A B H triãgulum ad quadrilaterum A H C F eandẽ proportionem habebit, quã ad triangulum A H G, videlicet eandem, quam D ad E.

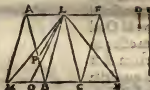


At si cadit inter C & G, rursus ad F C ducta H K ipsi A C æquidistãte, & iunctis A H, A K, recta linea A K quadrilaterum diuidet in proportionem datam: triangulum enim A C K ęquale est triangulo A C H. ergo & reliquum trian-

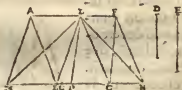
triãgulum A K F reliquo A H G, & quadrilaterum A B C K triangulo A B H æquale erit. quadrilaterũ igitur A B C K ad triangulum A K F eandem proportionẽ habet, quã triangulum A B H ad A H G triangulum, videlicet quam D ad E.



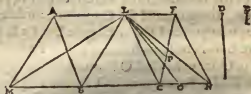
Sumatur præterea in latere A F quoduis punctum L, a quo ducere oporteat rectã lineã, quæ quadrilaterũ diuidat in datã proportionem D ad E. iungantur L B, L C; producaturq; B C ex vtraque parte: & ad ipsam a puncto quidem A ducatur A M æquidistans L B; a puncto autẽ F ducatur F N æquidistans L C: & iunctis L M, L N; erit ex iis, quæ proxime tradita sunt, triangulum L M C æquale quadrilatero A B C L: itemq; triangulum L C N triangulo L C F: & totum triãgulum L M N toti quadrilatero A B C F æquale. Secetur M N in O, ita vt M O ad O N eam habeat proportionem, quam D ad E, & iungatur L O. Itaque vel punctum O cadit in M C, vel in C N; & si cadit in M C ex antecedentibus diuidemus quadrilaterum A B C L per rectam lineã ductam ab angulo L, quæ sit L P, ita vt partes eam inter se proportionem habeant, quam M O ad O C. Dico rectã lineam L P quadrilaterum diuidere, vt proponebatur. nã vel punctum P erit in A B, vel in B C. Sit primum in A B. & quoniam triangulum A P L ad quadrilaterum L P B C est vt M O ad O C, videlicet vt triangulum L M O ad triã



gulum L O C, erit componendo quadrilaterum A B C L, ad quadrilaterum L P B C, vt triangulum L M C ad triangulum L O C: & permutando. Sed triangulum L M C est æquale quadrilatero A B C L. ergo & triangulum L O C quadrilatero L P B C, & triangulum L M O triangulo A P L æquale erit: ac propterea reliquum triangulum L O N pentagono L P B C F. Vt igitur triangulum L M O ad triangulum L O N, hoc est vt M O ad O N, ita erit triangulum A P L ad pentagonum L P B C F. Sit deinde P in linea B C, vt in alia figura. eodẽ modo demonstrabimus, vt M O ad O N, ita esse quadrilaterum A B P L ad quadrilaterum L P C F.



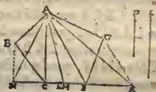
Si vero punctum O cadat in C N, diuidemus triangulum L C F per rectam lineam L P, ita vt L C P triangulum ad triangulum L P F eandẽ ꝓportionẽ habeat, q̃ C O ad O N. & factum erit, quòd oportebat. Quoniã enim triangulum L C P ad triangulum L P F est vt C O ad O N hoc est vt triangulum L C O ad triangulum L O N, componendo triangulum L C F ad triangulum L P F ita erit, vt triangulum L C N ad triangulum L O N; & permutãdo. triangulũ autem L C N est ęquale triangulo L C F. ergo & L O N triangulũ triangulo L P F ęquale erit; & reliquum



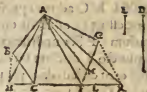
qũ triangulũ L M O pentagono A B C P I. quare vt triangulũ L M O ad triangulũ L O N, hoc est ut M O ad O N, hoc est ut D ad E, ita erit pentagonum A B C P I. ad triangulum L P F. quadrilaterũ igitur A B C F per rectam lineã à puncto L ductam ita diuisum est, vt partes proportionẽ habeant eãdem datę proportioni. Quod ipsum facere oportebat. Quòd si datum punctũ sit in alio angulo, uel in alio latere ipsius A B C F, propositũ eodẽ modo cõcludemus.

Sit pentagonũ A B C F G, quod diuidere oporteat per rectã lineã ab angulo A ductam in proportionem D ad E. Iungantur A C, A F: & à punctis B G ducãtur ad C F ex vtraq; parte ꝓtractã rectæ lineæ B H, G K, quarũ B H ęqui distet A C, & G K ipsi A F; iunctisq; A H, A K, erit trangulum A H F ęquale quadrilatero A B C F. & triãguũ A F K triãgulo A F G, totũq; triangulũ A H K toti pentagono A B C F G æquale. Secetur H K in L, vt H L ad L K eandẽ habeat proportionẽ, quã D ad E. Vel igitur punctũ L cadit in H F, vel in F K: & si quidẽ in H F diuidatur ex antecedentibus quadrilaterũ A B C F per rectã lineã ductã ab angulo A, quę sit A M, ita vt partes eã proportionẽ habeãt, quã H L ad L F: ipsa A M pentagonũ diuidet, vt proponitur. eadẽ. n. ratiõe, qua supra, ostẽdem' triãgulũ A B M ad pentagonũ A M C F G, vel vt in alia figura quadrilaterũ A B C M ad quadrilaterum A M F G eandem habere proportionẽ, quã H L ad L K.

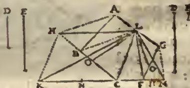




Si vero L cadat in FK, similiter recta linea AM ab ãgulo A ducta, diuidemus triangulum A F G in proportionem F L ad L K: & denique ostendemus pentagonum A B C F M ad triangulum A M G ita esse, vt H L ad L K, hoc est vt D ad E.

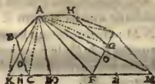


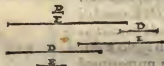
Sumatur in latere A G punctum L, à quo ducenda sit recta linea pentagonum diuidens in datam proportionem D ad E. Iungantur L C, L F: & ipsa C B ex parte B producta, fiat per ea, quæ dicta sunt, triangulum L H C quadrilatero L A B C ęquale: deinde producta C F ex parte C, fiat triangulum L K F ęquale quadrilatero L H C F, hoc est pẽtagono L A B C F: & rursus producta ex parte F fiat triangulum L F M ęquale triangulo L F G. erit totum triangulũ L K M ęquale pentagono A B C F G. Itaq; secetur K M in puncto N, ita vt K N ad N M eandem proportionem habeat, quã D ad E. Et si quidẽ punctũ N cadit in K F, diuidemus pentagonum L A B C F per rectã lineam L O, ita vt sit quadrilaterum L A B O ad quadrilaterũ O C F L, sicut K N ad N F. erit quadrilaterum L A B O ad pentagonum O C F G L, vt K N ad N M. quod quidẽ eodẽ modo demõstrabitur. Si vero N cadit in F M, diuidemus triangulũ L F G per rectam lineã L O, ita vt triangulũ L F O ad triãgulum L O G eandẽ proportionẽ habeat, quã F N ad N M. Similiter demonstra-



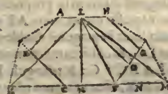
mõstrabitur pẽtagonũ L A B C F O ad triangulũ L O G ita esse, vt K N ad N M, hoc est vt D ad E. qđ fecisse oportebat. exagonum

Sit hexagonum A B C F G H: & oporteat ipsum diuidere per rectam lineam ab angulo A ductam, ita vt partes eandem habeant proportionem, quam D ad E. Iungatur A F: & ipsa C F ex vtraque parte producta, fiat triangulũ A K F ęquale quadrilatero A B C F: & triangulum A F M æquale quadrilatero A F G H ex proxime demõstratis. erit totum triangulum A K M hexagono A B C F G H ęquale. Secetur ergo K M in N, ita vt sit K N ad N M, sicut D ad E. Et si punctum N cadit in K F, diuidemus quadrilaterum A B C F per rectam lineam ab angulo A ductã, ita vt partes proportionem habeant eandem, quam K N ad N F. Sed si N cadit in F M, diuidemus quadrilaterum A F G H in proportionem F N ad N M: & ita hexagonum A B C F G H diuisum erit in proportionem K N ad N M, hoc est in proportionem D ad E datam.





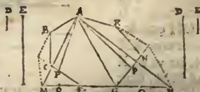
Sumatur in latere A H punctum L, a quo velimus ducere rectã lineã, quę hexagonũ diui-



dat

dat in datam proportionem. Iungatur L F: & producta C F constituatur triangulum L K F ęquale pẽtagono L A B C F: & triãgulum L F M ęquale quadrilatero L F G H, ita vt totũ triãgulum L K M toti hexagono ABCFGH sit æquale. Rursus secetur K M in N secundum proportionem datam D ad E: & si punctum N cadit in K F, diuidatur pentagonum L A B C F recta linea ab angulo L ducta in proportionem K N ad N F: & si cadit in ipsa F M, diuidatur quadrilaterum L F G H in proportionẽ F N ad N M: eritque totum hexagonum diuisum recta linea à puncto L ducta in proportionem K N ad N M, hoc est in datam proportionem D ad E.

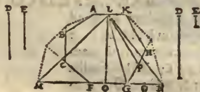
Sit heptagonũ A B C F G H K, quod diuidendũ sit recta linea ab ãgulo A ducta in proportionẽ D ad E. Iũgatur A G; fiatque triangulum A M G ęquale pentagono A B C F G



& triangulum A G N ęquale quadrilatero A G H K, vt sit totum triãgulum A M N heptagono A B C F G H K æquale. Secetur M N in O iuxta proportionẽ D ad E. & si O cadit in M G diuidetur pẽtagonũ A B C F G in ꝓportionẽ M O ad O G ducta recta linea A P: & si cadit in G N, diuidetur quadrilaterũ A G H K in ꝓportionẽ G O ad O N: atq; erit heptagonũ diuisum in proportionem M O ad O N.

Sumatur postremo in latere A K punctũ L: & p L ducẽda sit recta linea heptagonũ diuidens in datã ꝓportionẽ. Iungatur L G, & cõstituatur triangulũ L M G æquale hexagono L A B C F G: & triangulũ L G N æquale quadrilatero L G H K, adeo ut totum triangulũ L M N heptagono A B C F G H K sit ęquale. Rursus secetur M N secundum

dum datã ꝓportionẽ in O: & si O cadit in MG, diuidemus hexagonum in proportionem MO ad OG. at si cadit in GN, quadrilaterũ in proportionem GO ad ON diuidemus; eritq; totum heptagonũ

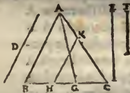


diuisum in proportionẽ MO ad ON. hoc est in proportionẽ D ad E datã. & eodẽ modo in aliis figuris procedemus, quotquot lateribus siue angulis cõtineantur. quod facere oportebat.

PROBLEMA II.

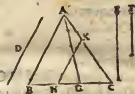
Figuram rectilineam in datam proportionẽ diuidere per rectam lineam alteri datæ lineæ æquidistantem,

Sit triangulum A B C: data autem recta linea sit D: & oporteat triangulum diuidere in proportionẽ E ad F. per rectam lineã ipsi D æquidistantem. Secetur B C in pũcto G, ita vt B G ad G C ꝓportionem habeat eãdem, quã E ad F. Vel igitur D æquidistat vni laterũ triãguli, vel nulli æquidistat. æquidistet primũ lateri AB: & inter lineas B C, C G sumatur media proportionalis C H: perq; H ducatur H K ipsi B A æquidistans. Dico rectã lineã HK diuidere triangulũ, vt proponitur. iuncta

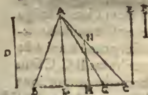


enim

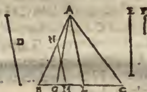
enim A G, erit triãgulum A B G ad A G C triangulũ, vt B G ad G C: hoc est vt E ad F: & componẽdo triangulum A B C ad ipsum A G C, vt B C ad C G. Vt autem B C ad C G, ita triãgulum A B C ad triangulum K H C ex 19 sexti elementorum, nã triangula A B C; K H C similia sunt: & B C ad C G proportionem habet duplam eius, quæ est B C ad C H. quare triangulum K H C triangulo A G C est ęquale: & reliquum quadrilaterũ A B H K æquale triangulo A B G. quadrilaterum igitur A B H K ad K H C triangulũ proportionẽ habet eandem, quã A B G triangulũ ad triangulum A G C, videlicet quam E ad F. Similiter idem demonstrabitur, cum linea D æquidistet lateri B C, vel C A.



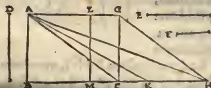
Quòd si nulli ęquidistet, ducatur A L ipsi D ęquidistãs. Itaque vel punctum G cadit inter L & C, vel inter B & L. si quidem inter L & C, sumatur inter L C, C G media proportionalis C M: & ducatur M N ęquidistãs A L. erit ex iis, quę proxime demonstrauimus, triãgulum N M C æquale triangulo A G C: & quadrilaterũ A L M N triangulo A L G. quare addito vtrique communi triangulo A B L, quadrilaterum A B M N triangulo A B G est æquale: & propterea quadrilaterũ A B M N ad triangulum N M C eãdem proportionẽ habet, quã E ad F. Si vero G cadit inter B & L, rursus inter L B. B G



B G media proportionalis sumatur B M, & ducatur M N ipsi A L ęquidistans. eadem ratione triangulum N B M æquale erit triangulo A B G: & quadrilaterum A N M L triangulo A G L: ergo addito vtriq; A L C triangulo, quadrilaterum A N M C ęquale est triangulo A G C. triangulum igitur A B C in datam proportionē diuiditur per rectā lineā ipsi D æquidistantem. quod fecisse oportebat.



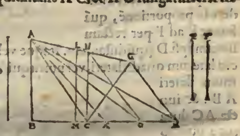
Sit quadrilaterum A B C G, quod oporteat diuidere in proportionē, quā habet E ad F per rectam lineam ipsi D ęquidistantem. Itaque vel D ęquidistat alicui laterum quadrilateri, vel non æquidistat. ęquidistet primum lateri A B: & iuncta A C ducatur a puncto G ipsi A C æquidistans G H, quę cū recta linea B



C protracta conueniat in H; & A H iungatur. ergo triangulū A C H ex iā dictis est ęquale triangulo A C G; & addito vtrique cōi A B C, erit A B H triāgulū quadrilatero A B C G ęquale. Secetur B H in puncto K, ita vt B K ad K H eandem proportionem habeat, quam E ad F; & iungatur A K. Vel igitur latus quadrilateri C G est ęquidistās ipsi B A, vel non: & si sit æquidistans, vtcumque cadat punctum K, applicetur ex decima antecedentis libri ad lineam A B superficies A B M L ęqualis triāgulo A B K, ita vt L M ipsi ab ęquidistet. Dico L M problema efficere. Quo

niam enim triangulum A B H est ęquale quadrilatero A B C G, & triangulum A B K quadrilatero A B M L, erit reliquum triangulum A K H reliquo quadrilatero L M C G æquale. ergo quadrilaterum A B M L ad quadrilaterum L M C G est vt triangulum A B K ad triangulum A K H. triangulum autem A B K ad ipsum A K H est vt B K ad K H; videlicet vt E ad F. quadrilaterum igitur A B M L ad quadrilaterum L M C G est vt E ad F.

Si vero C G non est æquidistans lateri B A, ducatur ab altero punctorum C G intra quadrilaterum recta linea ipsi B A æquidistans. Sit autem nunc G N: atque a puncto N ducatur N O ęquidistans A C, & A O iungatur. erit triangulum A B O quadrilatero A B C N æquale: ergo si punctum K cadet in O, linea C N problema efficiet. erit .n. quadrilaterum

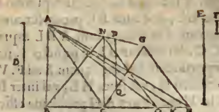


A B C N ad triangulum C N G, vt triangulum A B O ad triangulum A O H, hoc est vt B K ad K H, & vt E ad F.

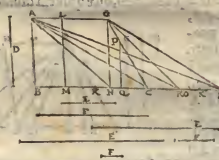
Quod si K cadat inter B O, ad lineam A B ex decima ante dicta applicabimus superficiem ęqualem triangulo A B K, quę sit A B M L, vt L M æquidistet ipsi A P, quam similiter demonstrabimus diuidere quadrilaterum A B C G, vt proponebatur.

Denique si cadat inter O H, per lineam P Q ipsi N C ęquidistantem diuidemus triangulum N C G in proportionem, quam habet O K ad K H, hoc est quam triangulum A O K habet ad triangulum A K H, & cum triangulum N C G sit æquale triangulo A O H, erit superficies N C Q P ęqualis triangulo A O K, & triangulum P Q G ęquale triangulo

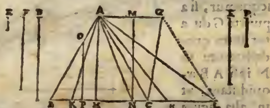
angulo A K H. pentagonum igitur A B C Q P triangulo A B K est ęquale, & habet ad triangulum P Q G eãdem proportionem, quam B K ad K H, hoc est, quam E ad F.



Non aliter propositum assequemur, si a puncto G ducatur intra quadrilaterum G N ipsi A B æquidistans, vt in alia figura apparet. iūctis enim A N, A C, & a puncto G ducta G O, quę ipsi A N ęquidistet, & ducta C H, quę ęquidistet A C, póstremo iungantur A O, A H. erit triangulū A B O quadrilatero A B N G ęquale, triangulumq; A B H æquale quadrilatęro A B C G. Et si punctum K cadet in O, recta lineá N G problema absoluet. Si inter B O, similiter faciemus, vt in superioribus dictū est. Quòd si inter O H, a triangulo G N C abscindemus superficiē G N Q P triangulo A O K ęqualē, ducta P Q ipsi G N ęquidistãte, & factū iá erit, quod proponebatur. Si autē D nō ęquidistet alicui laterū quadrilateri A B C G, ducatur ab altero punctorum A B intra quadrilaterum recta linea ipsi D æquidistans. Sit autem primum



A H, & iuncta A C ducatur à puncto G ipsi A C æquidistans G L, quę cum B C producta conueniat in L, & A L iungatur. erit triangulum A B L æqualę quadrilatero A B C G. Diuidatur B L in puncto K, ita vt B K ad K L eã proportionem habeat, quam E ad F. Vel igitur punctum K cadit in H, vel inter H L, vel inter B H. Et si quidẽ cadit in H recta linea A H problema efficiet. Si vero cadit inter H L, ex iis, quæ proxime demonstrata sunt, diuidemus quadrilaterum A H C G in proportionem, quã habet H K ad K L, per rectam lineam M N ipsi A H, hoc est ipsi D æquidistãtem, quæ quidem diuidet quadrilaterum A B C G, vt proponitur. Quoniã .n. triangulũ A B H ad triangulum A H



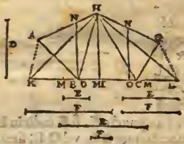
K est vt B H ad H K, erit cõponẽdo triãgulũ ABK ad triãgulum A H K, vt B K. ad K H. triangulum autem A H K ad triangulum A K L est vt H K ad K L. ergo ex ęquali triãgulum A B K ad triangulum A K L est ut B K ad K L. Sed triangulo A B K est ęquale quadrilaterũ A B N M, & triangulo A K L æquale quadrilaterum M N C G. quadrilaterũ igit' A B N M ad quadrilaterũ MNCG est vt BK ad KL, hoc est vt E ad F. Deniq; si K inter B H cadit, ducta A K à triãgulo ABH resecabimus superficiẽ AOPH ęqualẽ triangulo AKH per rectã lineã OP ipsi A H æquidistãtẽ, erit reliquũ triãgulũ OBP reliquo triãgulo ABK æquale. ergo triãgulũ OBP ad pẽtagonũ AOPCG est vt triãgulũ ABK ad triangulũ AKL, hoc est vt BK ad KL, videlicet vt E ad F. Si vero ducta BH ipsi D æquidistet, constituatur triãgulo ABH

ęquale

æquale triangulum HQB, & quadrilatero HBCG triangulum HBL æquale: & diuisa QL in proportioné E ad F in puncto K, si K cadit in B, linea BH problema efficiet. Si inter BL, vel QB, similiter faciemus, vt proxime dictum est. Quòd si iuncta AC æquidistet ipsi D, triangulo ACG æquale constituemus triangluum ACL, & diuisa BL ad K in datam proportionem E ad F. Si K cadit in C, linea AC efficiet problema, si inter CL, abscindemus a triangulo ACG superficiem ACNM æqualem triangulo ACK, ducta MN ipsi AC æquidistáte. Et si inter BC, a triangulo ABC abscindemus superficiem triangulo AKC æqualé, videlicet ACNM per rectam lineá MN æquidistanté ipsi

A C & similiter demonstrabimus quadrilaterum ABCG diuisum esse in proportionem E ad F. quod facere oportebat. Non aliter procedemus, si iuncta B G ipsi D æquidistet.

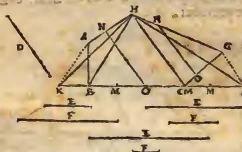
Sit pentagonum ABCGH, & opus sit ipsum diuidere in proportionẽ E ad F per rectam lineam æquidistantem ipsi D. Ducatur ab aliquo puncto, siue ab angulo, siue a latere ad basim recta linea ipsi D ęquidistans, ita vt vel quadrilaterũ ex vtraque parte, vel ex altera quadrilaterũ ex altera triangulum abscindat. basim vero



pẽtagoni latus quodcũq; appositæ ad lineã D statuemus. Vt in prima figura ducatur a puncto H recta linea H I æquidistãs ipsi D: & iunctis H B, H C ducatur a pũcto quidem A ipsi H B ęquidistans A K, quęcũ C B producta cõueniat in K: a puncto autem G ducatur G L ęquidistans H C, conueniensq; cum B C producta in L, & H K, H L iungantur: erit triangulum H K I ęquale quadrilatero A B I H, & triangulum H I L quadrilatero H I C G; totumq; triangulum H K L toti pentagono æquale. Diuidatur K L in proportionem E ad F in puncto M. Itaque vel M cadit in I, vel inter K I, vel inter I L. Et si quidem in I recta linea H I problema efficiet. quadrilaterum enim A B I H ad quadrilaterũ H I C G est vt H K I triãgulũ ad triãgulũ H I L, hoc est vt K I ad I L, hoc est vt E ad F. Si vero cadit inter K I, diuidemus ex ante demõstratis quadrilaterum

laterum A B I H in proportionẽ K M ad M I per rectam lineam N O ipsi H I æquidistantem. & si cadit inter I L, similiter diuidemus quadrilaterum H I C G in proportionem I M ad M L, ducta N O æquidistante ipsi H I: & diuidet N O pentagonũ A B C G H in datã proportionem, quod eodem, quo supra modo demonstrabimus.

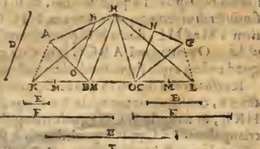
Rursus in alia figura, in qua H C æquidistat ipsi D iuncta H B, constituatur triangulo H A B æquale triangulum H K B, & triãgulo H C G æquale triangulum H C L. erit triangulum H K C æquale quadrilatero A B C H, & totũ triangulum H K L toti pentagono A B C G H æquale. Itaque diuisa K L in proportionẽ E ad F in puncto M, si M



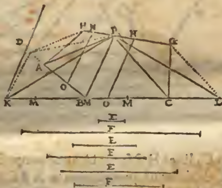
cadit in C, linea H C faciet id, quod propositum est, si inter K C diuidemus quadrilaterum A B C H in proportionem K M ad M C, si vero inter C L, diuidemus triangulum H C G in proportionem C M ad M L, & pentagonum in datam proportionem diuisum erit.

Non aliter fiet si recta linea H B æquidistet ipsi D; cõstituetur enim triangulum H K B æquale triangulo H A B, & triangulum H B L æquale quadrilatero H B C G. Quare si punctum M cadit in B, linea H B faciet illud, quod proponebatur. Si inter K B diuidetur triangulum

gulū H A B in proportionē K M ad M B Quòd si cadit inter B L, diuidet quadrilaterum H B C G in proportionem B M ad M L; & factum erit, quod oportebat.

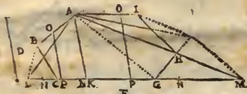


Postremo si B P æquidistet ipsi D, vt in alia figura, constituemus triangulū P K B çquale quadrilatero P H A B, triāgulūq; P B L quadrilatero P B C G: & si punctum M cadit in B, ipsa B P faciet, quod proponitur: si inter K B, diuidemus quadrilaterū P H A B in proportionem K M ad M B. Quod si inter B L quadrilaterū P B C G in proportionē B M ad B L diuidemus, & similiter faciemus in aliis pentagonis, & factum iam erit, quod oportebat.



Sit hexagonum A B C G H I, & oporteat ipsum diuidere

dere in proportionem E ad F per rectam lineam ipsi D ęquidictantem. Ducatur ab aliquo puncto ad basim recta linea ęquidistans ipsi D; ita vt vel quadrilaterum, vel pentagonum ex vtraque parte, vel ex altera quidem parte triangulum, vel quadrilaterum, ex altera vero pentagonum abscindat, vt in proposita figura, ducatur a puncto A recta linea A K ipsi D ęquidistans; & constituatur



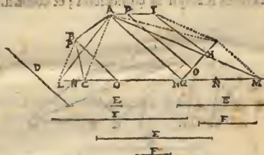




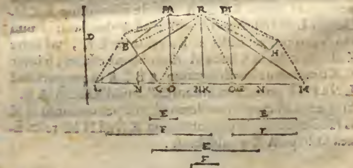
quadrilatero quidem A B C K ęquale triangulum A L K, pentagono autem K G H I A æquale triangulum A K M. Deinde L M in proportionem E ad F diuidatur in puncto N, quod vel cadet in K, vel inter L K, vel inter K M. Si cadet in K linea A K problema efficiet, si inter L K diuidemus quadrilaterum A B C K in proportionē L N ad N K per rectam lineam O P æquidistantem A K. Si inter K M ex proxime demonstratis pentagonum A K G H I diuidemus in proportionem K N ad N M recta linea O P ipsi A K æquidistante.

Si

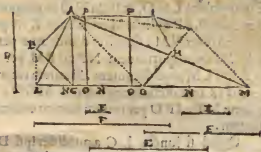
Si autem iuncta A G ęquidiſtet ipſi D, rurſus conſtituemus triangulum A L G ęquale quadrilatero A B C G & triangulum A G M quadrilatero A G H I, atque alia faciemus, vt ſępius dictum eſt.



Quod ſi R K ęquidiſtet ipſi D, conſtituemus triangulum R L K ęquale pentagono R A B C K, & triangulum R K M ęquale pentagono K G H I R.

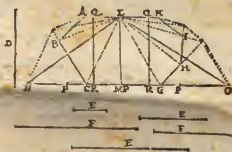


Postremo si iuncta A C æquidistet ipsi D, constituemus triangulo A B C æquale triangulum A L C, & pentagono A



C G H I æquale triangulũ A C M, alia vero vt in superioribus faciemus, & hexagonũ diuisum erit, vt oportebat.

Sit heptagonũ A B C G H I K, quod diuidẽdũ sit in proportione E ad F per rectam lineã æquidistãtem ipsi D. ducatur ab aliquo pũcto ad basim recta linea ipsi D æquidistans, quæ

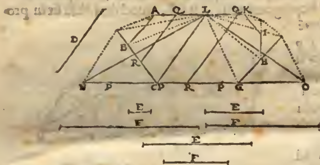


vel abscindat pentagonum ex vtraque parte, vel ex altera quidem parte triangulum, siue quadrilaterum, siue pentagonum, ex alterã vero hexagonum, vel ex altera quadrilaterum, & ex altera pentagonum. vt in prima figura, in qua L M æquidistat ipsi D, constituemus pentagono L A B C M æquale triãgulum L N M, & hexagono L M C H I K

æquale

æquale triãgulum L N M, & hexagono L M G H I K æqua le triangulum L M O, & secta N O in proportionẽ E ad F in puncto P, si P cadit in M recta linea L M problema absoluet: si inter N M, similiter diuidemus pentagonum L A B C M in proportionem N P ad P M per rectam lineã Q R ipsi L M æquidistantem. Si autem inter M O, diuidemus ex ante dictis hexagonum L M G H I K in proportionem M P ad P O per rectam lineam eidem L M æquidistantem.

Quòd si iuncta L C æquidistet ipsi D, constituemus triangulum L N C æquale quadrilatero L A B C, & triangulum L C O æquale hexagono L C G H I K, atque alia faciemus, sicuti in superioribus; eritque heptagonũ



diuisum, vt oportebat. Et similiter faciemus in aliis heptagonis. Eodem modo & reliquas figuras rectilineas quotcunque latera habeant in datam proportionem diuidemus per rectam lineam datę lineę æquidistantem. quod faciendum proponebatur.

FINIS.

Joã Camillus Ghiri...